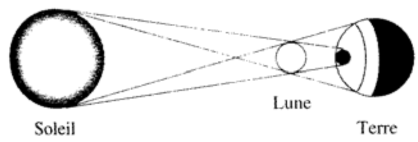
SERIE D'EXERCICES N° 21 : FORMATION DES IMAGES DANS LES CONDITIONS DE GAUSS

Propagation rectiligne.

Exercice 1.

Dans le cas d'une source étendue, le passage de la zone d'ombre à la zone éclairée n'est pas immédiat et correspond à une zone de pénombre. Un exemple de ce phénomène correspond aux éclipses observées lorsque le Soleil est occulté par la Lune.



A l'aide des données numériques suivantes, évaluer :

a) le diamètre de la zone d'ombre et de pénombre au niveau de la surface de la Terre ;
b) la durée maximale d'une éclipse totale.

Données : diamètre de la Terre : $d_T = 1{,}28.10^4$ km ; diamètre de la Lune : $d_L = 3{,}5.10^3$ km ; rapport du diamètre apparent du Soleil à celui de la Lune vus de la Terre: $\alpha = 0{,}9$; distance Terre-Soleil : $R = 1{,}5.10^8$ km ; distance Terre-Lune : $r = 3{,}8.10^5$ km .

Lois de Descartes.

Exercice 2 : dispersion de la lumière blanche.

Un verre a l'indice $n = 1{,}595$ pour la lumière rouge et $n = 1{,}625$ pour la lumière violette. Un rayon de lumière blanche, qui contient ces deux couleurs, se propage dans ce verre et arrive à la surface de séparation avec l'air sous une incidence de $35°$.

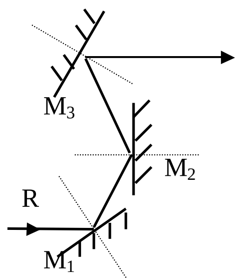
1. Calculer l'angle que font dans l'air les rayons rouge et violet.
2. Calculer l'angle de réfraction limite dans le verre pour ces deux longueurs d'onde.

Exercice 3 : champ de vision avec un miroir plan.

Un homme est debout devant un miroir plan rectangulaire, fixé sur un mur vertical ; son œil est à $l = 1{,}70$ m du sol ; la base du miroir est à une hauteur h au dessus du sol. Déterminer la valeur maximale de h pour que l'homme voit ses pieds. Comment varie cette hauteur en fonction de la distance d de l'œil au miroir ?

Exercice 4 : ensemble de trois miroirs plans.

Un rayon lumineux R se propage dans l'air en se réfléchissant successivement sur trois miroirs plans M_1 , M_2 , M_3 perpendiculaires à un plan choisi comme plan de figure. Les angles d'incidence en I_1 sur M_1 , en I_2 sur M_2 valent tous deux $60°$ et le rayon I_1I_2 est dans le plan de la figure.
Quelle doit être l'orientation de M_3 pour que, après les trois réflexions, le rayon réfléchi définitif ait la même direction et le même sens que le rayon incident ?

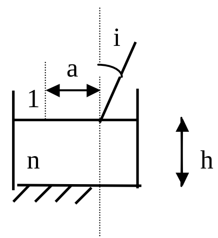


Exercice 5 : réfraction air ↔ eau.

Un pêcheur, dont les yeux sont à 1,20 m au dessus de l'eau, regarde verticalement un poisson situé à 0,60 m au dessous de l'eau. A quelle distance le pêcheur voit-il le poisson ? A quelle distance le poisson voit-il le pêcheur? On prendra $n = 4 / 3$.

Exercice 6 : réflexion et réfraction.

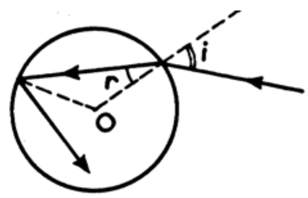
Deux fils parallèles, distants de a , sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n , grâce à des flotteurs. Le liquide est placé dans un récipient dont le fond est un miroir plan. Soit h la hauteur du liquide, cette hauteur est réglable grâce à un dispositif à vases communiquants. On observe un des fils sous une incidence i donnée, et on règle h de façon à ce que l'image de l'autre fil coïncide avec le fil observé. Donner l'expression de n en fonction de i , a et h .



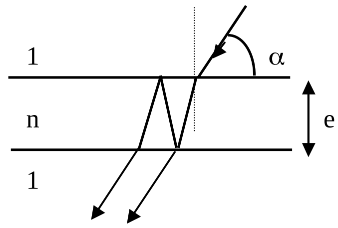
Exercice 7 : arc-en-ciel.

Un rayon de lumière monochromatique pénètre dans une sphère homogène d'indice n sous une incidence i , il subit p réflexions partielles à l'intérieur de la sphère avant de sortir.

1. Calculer la déviation D du rayon émergent par rapport au rayon incident.
2. Montrer que cette déviation passe par un extremum lorsque i varie.
3. A.N . Calculer l'angle d'incidence i_m et la déviation correspondante pour $n = 4 / 3$ et $p = 1$. Appliquer les résultats précédents à l'arc-en-ciel.

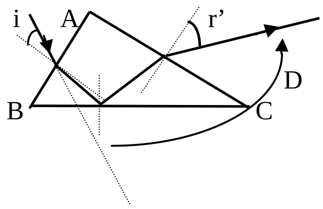


Exercice 8 : lame à faces parallèles.



Un faisceau de lumière parallèle tombe sur une lame à faces parallèles, d'épaisseur e, d'indice n par rapport à l'air, sous un angle α avec le plan de la lame. Il sort par la face inférieure après avoir subi 0 ou un nombre pair de réflexions à travers la lame.
1. Calculer la différence de temps mis par deux rayons sortant de la lame dont l'un a subi deux réflexions intérieures de plus que l'autre pour atteindre un même plan perpendiculaire aux rayons émergents.
2. Quelle serait la longueur L que la lumière parcourrait pendant ce temps dans le vide ? Calculer L_0 correspondant à l'incidence rasante. Exprimer $L - L_0$ pour un angle α très petit.

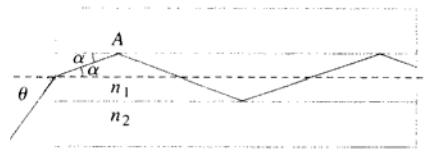
Exercice 9 : prisme à réflexion totale, à déviation $\pi / 2$.



Un prisme rectangle en A, reçoit dans le plan de section principale, un rayon qui arrive sur AB sous l'incidence i au dessus de la normale. Trouver la condition liant les angles i, $\hat{B}$ et l'indice n pour qu'il y ait rélexion totale sur BC. Calculer la déviation D en fonction de i, angle d'incidence, et de r', angle d'émergence. Peut-on la rendre égale à $\pi / 2$? Que devient dans ce cas la condition précédente ?

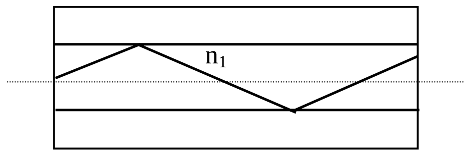
Fibres optiques.

Exercice 10 : ouverture numérique d'une fibre.



On appelle $O.N. = 1 . \sin \theta_{max}$ l'ouverture numérique de la fibre, où θ_{max} désigne l'angle d'incidence maximal du rayon lumineux (dans l'air) compatible avec le confinement du rayon lumineux à l'intérieur de la fibre.
Quelle est l'ouverture numérique de la fibre à saut d'indice représentée ci-contre ?

Exercice 11 : fibre optique.



Les rayons lumineux d'inclinaisons différentes n'ont pas le même chemin à parcourir dans la fibre, donc leur temps de parcours est variable. Une impulsion lumineuse de courte durée envoyée dans la fibre subit un élargissement temporel lorsqu'elle ressortira de celle-ci. Ceci limite rapidement le taux maximal de transfert d'informations à grande distance par ce type de fibre.
1. Calculer la différence de temps mis par deux rayons lumineux se propageant dans une fibre optique d'indice $1,6$ et de longueur L, l'un sur l'axe de la fibre et l'autre incliné de $\theta = 20°$ par rapport à celui-ci.
2. Quel nombre d'informations peut transférer une telle fibre par unité de temps ?
A.N. : $L = 1$ m , 100 m , 10 km ; $n_1 = 1,5$.

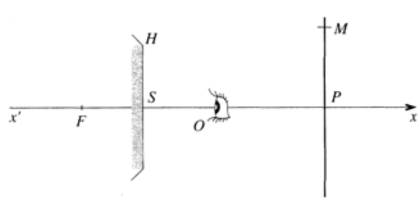
Miroirs sphériques.

Exercice 12 : miroir concave.
On dispose d'un miroir concave de rayon $R = 1$ m . Quelle est sa distance focale ?
Ce miroir est placé à la distance $D = 5$ m d'un écran E. Où doit-on mettre un petit objet pour en avoir une image nette sur E ? Quel est le grandissement ?

Exercice 13 : les différentes formules de conjugaison et de grandissement.
Soit un miroir convergent de rayon de courbure 30 cm . Un objet est situé à 10 cm devant le centre C. Déterminer la position de l'image et le grandissement à l'aide des trois relations de conjugaison et de grandissement du cours.

Exercice 14 : grandissement.
Soit un miroir sphérique concave (ou convexe). Déterminer par construction deux points conjugués l'un de l'autre, tels que le grandissement transversal $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ est égal à 2 . Retrouver le résultat par le calcul.

Exercice 15 : champ d'un miroir sphérique.



Un œil correctement corrigé, situé en O regarde un plan (P) par réflexion dans un miroir sphérique de sommet S et de foyer F.
Quelle est la distance maximale PM observable, sachant que les dimensions transversales de ce miroir SH sont limitées.
A.N. : $SH = 4$ cm ; $FS = 50$ cm ; $S0 = 100$ cm ; $SP = 20$ m .

Lentilles sphériques minces.

Exercice 16.

La vergence d'une lentille mince sphérique est fonction de son indice n et des rayons de courbure des dioptres qui la constituent :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = -\frac{1}{\overline{OF}} = V = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{OC_1}} - \frac{1}{\overline{OC_2}}\right) .$$

1. En déduire une relation simple entre la forme de la lentille et son caractère convergent ou divergent.
2. Discuter la nature réelle et virtuelle des foyers.
3. Une lentille équiconvexe ($R_1 = - R_2 > 0$) taillée dans un verre d'indice $n = 1,5$ a une vergence $V = + 6\ \delta$. Son diamètre est de 5 cm .

a) Evaluer le rayon de courbure des dioptres.

b) Quelle est l'épaisseur de cette lentille ? L'approximation lentille mince est-elle valable ?

Exercice 17 : distance minimale.

Rechercher la distance minimale objet réel - image réelle à l'aide d'une lentille mince convergente.

Exercice 18 : étude d'un doublet (3 , 2 , 3).

Déterminer l'image, et le grandissement, par un système de deux lentilles minces convergentes identiques, de distance focale 30 cm , écartées de 20 cm , d'un objet placé à 60 cm devant la première lentille.

Exercice 19 : étude d'un doublet (2 , 3 , -3).

On considère une lentille convergente L_1 suivie à une distance $d = 3a$ d'une lentille divergente L_2 ; les modules de leurs distances focales valent respectivement $f_1 = 2a$ et $f_2 = 3a$.

1. Déterminer par construction la position et la nature des foyers objet F et image F' de l'ensemble. Retrouver les résultats par le calcul.
2. On appelle B le point d'intersection de la droite portant un rayon incident issu de F et de la droite portant le rayon émergent correspondant. On appelle A le point de l'axe optique du système dans le plan de front passant par B .

a) Construire AB ; déterminer par le calcul la position de A , puis celle de son image A' donnée par le doublet.

b) B' étant l'image de B donnée par le doublet, calculer le grandissement de l'ensemble $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$. Que constatez-vous ?

Réponses.

Exercice 1.
a) diamètre de l'ombre $h = d_L\,(1 - \alpha) = 350$ km et diamètre de la pénombre $H = d_L\,(1 + \alpha) = 6650$ km .
b) $\tau = \dfrac{h\,T}{\pi\, d_T} = 12$ min 30 s .

Exercice 2.
1) $\alpha = \sin^{-1}(n_B \sin i) - \sin^{-1}(n_R \sin i) = 2°\,34$ min . 2) $\lambda = \sin^{-1}\left(\dfrac{1}{n}\right)$; $\lambda_R = 38°\,50'$ et $\lambda_B = 37°\,59'$.

Exercice 3.
$h = l / 2 = 0{,}85$ m .

Exercice 4.
$M_3 \,//\, I_1I_2$.

Exercice 5.
H : position de l'homme, P : position du poisson, S : sommet du dipotre, P' : position de l'image du poisson vue par l'homme,
H' : position de l'image de l'homme vue par le poisson :
$HP' = HS + SP / n = 1{,}65$ m et $H'P = n\,SH + SP = 2{,}20$ m .

Exercice 6.
$n = \sin i \sqrt{1 + \dfrac{4h^2}{a^2}}$.

Exercice 7.
1) $D = p\,\pi + 2\,i - 2\,(p + 1)\,r$. 2) $\cos i_m = +\sqrt{\dfrac{n^2 - 1}{p^2 + 2p}}$ (minimum de déviation). 3) $i_m = 59°\,23'$ et $D_m = 138°$.

Exercice 8.
1) $\Delta t = \dfrac{2\,n\,e \cos r}{c}$. 2) $L = 2\,n\,e \cos r$; $L_0 = 2\,e\sqrt{n^2 - 1}$; $L - L_0 \approx \dfrac{e\,\alpha^2}{\sqrt{n^2 - 1}}$.

Exercice 9.
$\sqrt{n^2 - \sin^2 i}\,\sin\hat{B} - \sin i \cos\hat{B} \geq 1$; $D = i - r' + \pi/2$; on peut réaliser $D = \pi/2$ (équerre optique) si $n \geq \sqrt{2}$.

Exercice 10.
O.N. $= \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

Exercice 11.
1) $\Delta t = \dfrac{n_1 L}{c}\left(\dfrac{1}{\cos\theta} - 1\right)$. 2) $N = \dfrac{c}{n_1 L\left(\dfrac{1}{\cos\theta} - 1\right)}$: pour $L = 1$ m , $N = 3{,}1.10^9$; pour $L = 100$ m , $N = 3{,}1.10^7$;
pour $L = 10$ km , $N = 3{,}1.10^5$.

Exercice 12.
$f = f' = \dfrac{\overline{SC}}{2} = -0{,}5$ m ; $\overline{SA} = -0{,}56$ m ; $\gamma = -\dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -9$.

Exercice 13.
$\overline{SA'} = -0{,}24$ m ; $\overline{CA'} = 6.10^{-2}$ m ; $\overline{FA'} = -9.10^{-2}$ m et $\gamma = -0{,}6$.

Exercice 14.
$\overline{FA} = -R / 4$ et $\overline{FA'} = -R$ avec $R = \overline{SC}$ ($R > 0$ pour le miroir convexe et $R < 0$ pour le miroir concave).

Exercice 15.

(P' : image de P et M' : image de M) P' est en F , on calcule P'M' = 6.10^{-2} m et $\overline{PM} = \dfrac{(\overline{FS}+\overline{SP})}{\overline{FS}}\overline{P'M'}$ = 2,5 m .

Exercice 16.

1) Lentille à bords minces : V > 0 : convergente ; lentille à bords épais : V < 0 : divergente.

2) Lentille convergente : $\overline{OF'} > 0$: F' foyer image réel ; lentille divergente : $\overline{OF'} < 0$: F' foyer image virtuel.

3.a) R = 2 (n – 1) / V = $16{,}7.10^{-2}$ m . 3.b) e solution de $e^2 - 4 R e + D^2 = 0$: e = $3{,}77.10^{-3}$ m

e très petit devant $|R_1| = |R_2| = R$ et devant $|R_2 - R_1| = |2 R_2| = 2R$: la lentille est mince.

Exercice 17.

$D_{min} = 4 f'$ (méthode de Silbermann).

Exercice 18.

$\overline{O_2A'} = 17{,}1.10^{-2}$ m et $\gamma = -0{,}43$.

Exercice 19.

1) $\overline{O_2F'} = -\dfrac{3a}{4}$ et $\overline{O_1F} = -3a$. 2.a) $\overline{O_1A} = -\dfrac{3a}{2}$ et $\overline{O_2A'} = -\dfrac{9a}{4}$. 2.b) $\gamma = 1$.