

plan du cours d'optique

ÉTUDE GÉNÉRALE THÉORIQUE DES INTERFÉRENCES D'ONDES LUMINEUSES

A) INTERFÉRENCE ENTRE DEUX OU PLUSIEURS ONDES ÉMISES PAR DES SOURCES PONCTUELLES :

I) DÉFINITION GÉNÉRALE DU PHÉNOMÈNE D'INTERFÉRENCE ENTRE DEUX OU PLUSIEURS ONDES :

1) Étude expérimentale

2) Notion d'interférence entre deux ou plusieurs ondes

a) Cas de deux ondes :

On dit qu'il y a interférence entre les ondes 1 et 2 si, et seulement si :

$$\exists M / \langle (E_1(M, t) + E_2(M, t))^2 \rangle \neq \langle (E_1(M, t))^2 \rangle + \langle (E_2(M, t))^2 \rangle$$

b) Cas de N ondes :

On dit qu'il y a interférence entre les ondes 1, 2,..., N si, et seulement si :

$$\exists M / \langle \left(\sum_{i=1}^N E_i(M, t) \right)^2 \rangle \neq \sum_{i=1}^N \langle (E_i(M, t))^2 \rangle$$

II) MODÉLISATION DU PROBLÈME À L'AIDE D'ONDES PROGRESSIVES MONOCHROMATIQUES ÉMISES PAR DEUX SOURCES PONCTUELLES :

- Deux ondes de fréquences différentes ne peuvent pas interférer (il y a « interférence instantanée » à chaque instant, mais l'effet de moyenne temporelle détruit ces interférences pour l'oeil ou le récepteur)
- Plus généralement, N ondes de fréquences toutes différentes ne peuvent pas interférer
- Pour que deux ou plusieurs ondes puissent interférer, il est donc nécessaire qu'elles aient la même fréquence

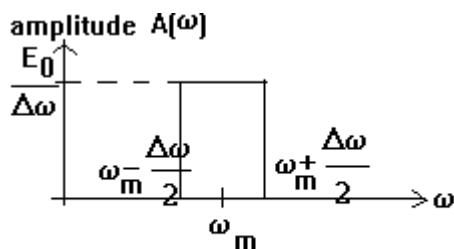
III) COHÉRENCE TEMPORELLE DES SOURCES :

1) Paquet d'ondes quasi monochromatique :

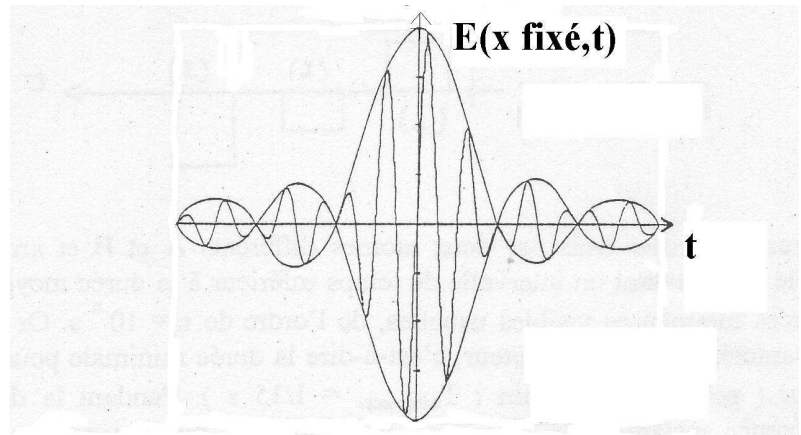
définition : un paquet d'ondes quasi monochromatique est une superposition d'ondes planes monochromatiques dont les pulsations ω sont voisines d'une pulsation moyenne ω_m et dont les vecteurs d'onde k sont voisins d'un vecteur d'onde moyen k_m

2) Description du paquet d'ondes en un point fixé en fonction du temps ou bien à un instant fixé en fonction de la variable d'espace :

RÉPARTITION SPECTRALE



RÉPARTITION TEMPORELLE



- En un point fixé, d'abscisse x_0 , le paquet d'ondes existe pendant un intervalle de temps de l'ordre de $\Delta t = \frac{4\pi}{\Delta\omega}$ de part et d'autre d'un instant $\frac{x_0}{v_{gm}}$
- À un instant fixé, t_0 , le paquet d'ondes existe sur un intervalle d'espace de l'ordre de $\Delta x = \frac{4\pi \cdot v_{gm}}{\Delta\omega}$ de part et d'autre du point d'abscisse $v_{gm} \cdot t_0$

3) Vitesse de phase, vitesse de groupe :

résultat : l'onde résultante d'un paquet d'ondes quasi monochromatique est une onde plane de pulsation moyenne ω_m dont la phase se propage à la vitesse de phase $v_{\phi m}$, cette onde est modulée par une fonction

de modulation : $\sin \left[\frac{\Delta\omega}{2} \left(t - \frac{x}{v_{gm}} \right) \right]$, qui se déplace à une vitesse différente (dans le cas général) : la

vitesse de groupe v_{gm} (vitesse de déplacement de l'enveloppe, c'est-à-dire du photon associé, c'est-à-dire de l'énergie, localisée dans les régions où le champ électrique a une valeur notable).

4) Cohérence temporelle d'un paquet d'ondes : longueur de cohérence :

La cohérence temporelle d'un paquet d'ondes peut être indifféremment caractérisée par:

- a) la durée de passage Δt ;
- b) la monochromaticité $1/\Delta f$ ou son inverse: la dispersion en fréquence Δf ;

c) la longueur de cohérence temporelle $l_c = \Delta x$, c'est-à-dire l'intervalle d'espace sur lequel existe, en un point quelconque, le paquet d'ondes

Un paquet d'ondes a une grande cohérence temporelle si, et seulement si : Δt , $1/\Delta f$, Δx sont grands ou bien si Δf est petit

5) Remarque : relations d'incertitude de Heisenberg pour un photon

6) Généralisation : lien entre extension temporelle et extension spectrale ou en fréquence :

Quelle que soit la forme réelle de l'amplitude spectrale de la lumière quasi monochromatique émise par une source ponctuelle, on obtient le lien approché suivant entre l'extension en pulsation $\Delta\omega$ du paquet d'ondes et sa longueur de cohérence : $\Delta\omega\Delta t \approx 2\pi$

Ou inversement : lorsqu'un signal $s(t)$ a une extension temporelle Δt , alors son spectre, qui est, à une constante de proportionnalité près, sa transformée de Fourier $\hat{s}(\omega)$, a une extension en pulsation $\Delta\omega$ telle que : $\Delta t\Delta\omega \approx 2\pi$ ou encore une extension en fréquence Δf telle que : $\Delta t\Delta f \approx 1$

7) Conséquence pour l'observation d'interférences du mécanisme d'émission de lumière par les sources ponctuelles :

Les phases à l'origine (ψ_i) de deux paquets d'ondes distincts sont sans relation entre elles ; par conséquent le déphasage ($\psi_i - \psi_j$) intervenant dans le terme d'interférence est aléatoire et varie très rapidement d'un recouvrement de deux paquets d'ondes au recouvrement successif de deux autres paquets d'ondes ; par conséquent deux paquets d'ondes distincts, donc, en particulier deux paquets d'ondes provenant de deux sources ponctuelles distinctes, ne peuvent pas donner lieu à interférence.

8) Sources cohérentes entre elles :

définition: on appelle sources cohérentes des sources présentant entre elles un déphasage constant au cours du temps ; plus précisément : deux sources S_1 et S_2 sont cohérentes si, et seulement si la phase Φ_1 en S_1 du champ électrique E_1 de l'onde émise par S_1 et la phase Φ_2 en S_2 du champ électrique E_2 de l'onde émise par S_2 sont telles que : $\Phi_2(S_2, t) - \Phi_1(S_1, t) = \text{constante}, \forall t$

conséquence de l'étude précédente : la seule façon pratique de réaliser deux sources cohérentes est de les faire provenir d'une même source primaire

définition : deux sources S_1 et S_2 sont synchrones si, et seulement si la phase Φ_1 en S_1 du champ électrique E_1 de l'onde émise par S_1 et la phase Φ_2 en S_2 du champ électrique E_2 de l'onde émise par S_2 sont égales à tout instant : $\Phi_2(S_2, t) = \Phi_1(S_1, t), \forall t$

9) Conditions supplémentaires, introduites par la réalité physique de l'émission de lumière par les sources lumineuses, pour qu'on puisse avoir un phénomène d'interférence :

a) Si l'on veut observer des interférences entre deux ou plusieurs ondes lumineuses, il faut utiliser deux ou plusieurs sources cohérentes, donc issues d'une même source primaire, pour créer ces ondes (les paquets d'ondes émis par des atomes différents ne pouvant pas interférer) : les paquets d'ondes

arrivant en un point M, après avoir suivi des chemins optiques différents interfèrent alors en M : on peut dire qu'un paquet d'ondes interfère avec lui-même retardé

- b) Si la source primaire émet des ondes de fréquences différentes, seules les ondes de même fréquence pourront interférer
- c) Pour qu'un paquet d'ondes interfère avec lui-même retardé, il faut que la différence de marche entre les deux chemins optiques suivis par le paquet d'ondes, au point considéré, soit inférieure à $v_{gm} \cdot \Delta t$

10) Méthodes d'obtention d'interférences :

- 1) par division du front d'onde (ou : séparation de faisceaux) : séparation géométrique ;
- 2) par division d'amplitude (ou : séparation de flux) : séparation énergétique.

IV) CONTRASTE OU VISIBILITÉ :

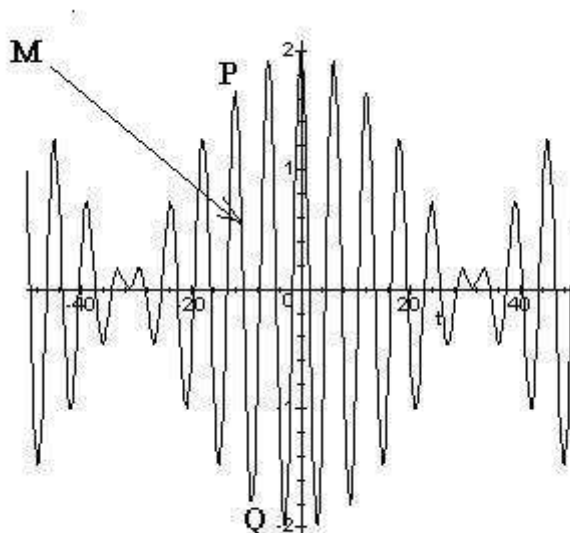
1) Définition du contraste ou de la visibilité :

définition pratique : l'éclairement en un point M où règne un champ électrique $E(M,t)$ est :

$$\mathcal{E}(M) = 2\alpha \langle (E(M,t))^2 \rangle, \text{ où } \alpha \text{ est une constante positive}$$

définition : si, dans une figure d'interférences, au voisinage d'un point M, l'éclairement possède un maximum et un minimum relatifs (frange claire la plus voisine de M, d'éclairement $\mathcal{E}_{\max}(P)$, bordée de franges sombres d'éclairement $\mathcal{E}_{\min}(Q)$, alors on appelle contraste ou visibilité de la figure

d'interférences au point M la quantité $V(M)$:

$$V(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}(P) - \mathcal{E}_{\min}(Q)}{\mathcal{E}_{\max}(P) + \mathcal{E}_{\min}(Q)}$$


2) Calcul de l'éclairement et de la visibilité dans le cas d'une interférence entre deux ondes dont les champs électriques sont d'amplitudes quelconques :

définition pratique :
$$\mathcal{E}(M) = 2\alpha \cdot \langle (E_1(M, t) + E_2(M, t))^2 \rangle$$

a) Calcul réel :

théorème (rappel) : en un point où interfèrent deux ondes dont les champs électriques sont :

$$E_1 = E_{10} \cdot \cos(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1)$$

$$E_2 = E_{20} \cdot \cos(\omega t - k_0[S_2 M] + \psi_2) = E_{20} \cdot \cos(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1 + \varphi(M))$$

$$(\text{où : } \varphi(M) = k_0([S_1 M] - S_2 M) + \psi_2 - \psi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}([S_1 M] - S_2 M) + \psi_2 - \psi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta + \psi_2 - \psi_1)$$

l'éclairement est :
$$\mathcal{E}(M) = \alpha \cdot (E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2 \cdot E_{10} \cdot E_{20} \cdot \cos \varphi(M))$$

b) Calcul complexe :

théorème : en un point où interfèrent deux ondes dont les champs électriques sont, en notation complexe:

$$E_1 = E_{10} \cdot \exp j(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1)$$

$$E_2 = E_{20} \cdot \exp j(\omega t - k_0[S_2 M] + \psi_2) = E_{20} \cdot \exp j(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1 + \varphi(M))$$

l'éclairement est :
$$\mathcal{E}(M) = \alpha \cdot E \cdot \bar{E} = \alpha \cdot (E_1 + E_2) \cdot (\bar{E}_1 + \bar{E}_2)$$

c) calcul de la visibilité :

théorème : la visibilité d'une figure d'interférence correspondant à deux ondes dont les champs électriques sont :

$$E_1 = E_{10} \cdot \cos(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1)$$

$$E_2 = E_{20} \cdot \cos(\omega t - k_0[S_2 M] + \psi_2) = E_{20} \cdot \cos(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1 + \varphi(M))$$

est égale à :
$$V = \frac{4E_{10}E_{20}}{(E_{10} + E_{20})^2} = \frac{4u}{(1+u)^2} \quad \text{où } u = \frac{E_{20}}{E_{10}}$$

conséquence : la visibilité de la figure d'interférence est d'autant plus grande que les amplitudes des deux ondes qui interfèrent sont plus voisines

3) Calcul de l'éclairement dans le cas d'une interférence entre deux ondes dont les champs électriques sont de même amplitude :

théorème : en un point où interfèrent deux ondes dont les champs électriques sont :

$$E_1 = E_0 \cdot \cos(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1)$$

$$E_2 = E_0 \cdot \cos(\omega t - k_0[S_2 M] + \psi_2) = E_0 \cdot \cos(\omega t - k_0[S_1 M] + \psi_1 + \varphi(M))$$

l'éclairement est :

$$\mathcal{E}(M) = 2\alpha \cdot E_0^2 \cdot (1 + \cos \varphi(M)) = 4\alpha \cdot E_0^2 \cdot \cos^2 \frac{\varphi(M)}{2}$$

4) Ordre d'interférence en un point POUR L'INTERFÉRENCE ENTRE DEUX ONDES :

si on considère l'interférence en M entre les deux ondes :

$$E_1 = E_{10} \cdot \cos(\omega t - k_0 [S_1 M] + \psi_1)$$

$$E_2 = E_{20} \cdot \cos(\omega t - k_0 [S_2 M] + \Psi_2) = E_{20} \cdot \cos(\omega t - k_0 [S_1 M] + \varphi(M))$$

définition : l'ordre d'interférence p en M entre les deux ondes est :

$$p(M) = \frac{\Phi_2(M, t) - \Phi_1(M, t)}{2\pi} = \frac{\varphi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} + \frac{\Psi_2 - \psi_1}{2\pi}$$

5) Calcul de l'éclairement dans le cas d'une interférence entre N ondes :

théorème : en un point où interfèrent N ondes dont les champs électriques sont, en notation complexe:

$$\underline{E}_i = E_{i0} \cdot \exp j(\omega t - k_0 [S_i M] + \Psi_i) = E_{i0} \cdot \exp j(\omega t - k_0 [S_1 M] + \psi_1 + \varphi_i(M))$$

où i varie de 1 à N et où : $\varphi_i(M)$ est l'avance de phase en M de l'onde i par rapport à l'onde 1 (avec la convention : $\varphi_1(M) = 0$)

l'éclairement est :

$$\mathcal{E}(M) = \alpha \cdot \underline{E} \cdot \overline{\underline{E}} = \alpha \cdot \left(\sum_{i=1}^N E_{i0} \exp(j\varphi_i(M)) \right) \left(\sum_{m=1}^N E_{m0} \exp(-j\varphi_m(M)) \right) = \alpha \cdot \left| \sum_{i=1}^N E_{i0} \exp(j\varphi_i(M)) \right|^2$$

B) INTERFÉRENCE ENTRE DES ONDES ÉMISES PAR DES SOURCES ÉTENDUES : COHÉRENCE SPATIALE :

1) Étude générale :

Une source étendue est la réunion de sources ponctuelles ou quasi ponctuelles incohérentes ; par conséquent l'éclairement obtenu en un point M à partir d'une source étendue est la somme des éclairements obtenus à partir de toutes les sources séparées.

La cohérence spatiale d'une source étendue est caractérisée par la longueur de cohérence spatiale l_s de la source : c'est une longueur telle que si la source est de dimensions nettement plus petites que cette longueur alors les interférences produites par cette source sont quasiment les mêmes que pour une source ponctuelle et que si la source est de dimensions nettement plus grandes que cette longueur alors les interférences produites par cette source sont quasiment brouillées

De façon générale, l'intégration des éclairements par rapport à la surface de la source étendue conduit à un éclairement plus ou moins uniforme, c'est-à-dire faisant plus ou moins disparaître, par effet de moyenne spatiale, le phénomène d'interférence. Dans certains cas particuliers, si on étudie l'élargissement par la pensée d'une source ponctuelle, on peut montrer que les éclairements donnés par les différentes sources primaires ponctuelles voisines ne conduisent pas à un brouillage mais à une superposition de figures d'interférence toutes identiques, donc à une figure d'interférence globale

analogue à celle fournie par une source ponctuelle, mais avec un éclairage global beaucoup plus grand : dans ce cas, on obtient une figure d'interférence bien visible.

2) Critère semi qualitatif de brouillage des franges :

a) Exemple simple des trous d'Young

b) Étude générale :

critère : on peut admettre que le système de franges obtenues à l'aide d'une source primaire étendue est brouillé si, et seulement si, sur la moitié du champ d'interférences, la valeur absolue de la variation de

l'ordre d'interférence est supérieur à $1/2$: $|\Delta p| > \frac{1}{2}$