

plan du cours de propagation d'ondes électromagnétiques dans le vide

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PLANES PROGRESSIVES MONOCHROMATIQUES DANS LE VIDE ILLIMITÉ OU DANS UN MILIEU ILLIMITÉ

I) DÉFINITIONS DE BASE :

1) Onde sinusoïdale :

définition : une onde (électromagnétique ou d'une autre nature) est sinusoïdale (ou, dans le cas de l'optique : monochromatique) si, et seulement si, en un point fixé, les variations des champs définissant l'onde sont des variations sinusoïdales du temps, ceci devant être vrai quel que soit le point considéré

2) Ondes transversales et longitudinales :

définition : une onde (électromagnétique ou d'une autre nature, mais caractérisée par un ou des champ(s) vectoriel(s)) de direction de propagation donnée est transversale si, et seulement si, le ou les vecteurs définissant l'onde est orthogonal ou sont orthogonaux à la direction de propagation

définition : une onde (électromagnétique ou d'une autre nature, mais caractérisée par un ou des champ(s) vectoriel(s)) de direction de propagation donnée est longitudinale si, et seulement si, le ou les vecteurs définissant l'onde est parallèle ou sont parallèles à la direction de propagation

3) Onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale ou monochromatique :

définition : une onde électromagnétique plane progressive se propageant dans la direction et le sens du vecteur u_x est sinusoïdale ou monochromatique si, et seulement si le champ électrique E de cette onde est de la forme :

$$E_x = E_{x0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_{0x})$$

$$E_y = E_{y0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_{0y})$$

$$E_z = E_{z0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_{0z})$$

définition : une onde électromagnétique plane progressive se propageant, dans le vide illimité, dans la direction et le sens du vecteur u_x est sinusoïdale ou monochromatique si, et seulement si le champ électrique E de cette onde est de la forme :

$$E_x = 0$$

$$E_y = E_{y0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_{0y})$$

$$E_z = E_{z0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_{0z})$$

cette définition est complètement générale : elle est valable dans le vide ou dans un milieu matériel quelconque

définitions :

ω = pulsation de l'onde

$f = \frac{\omega}{2\pi}$ = fréquence (temporelle) de l'onde

$T = \frac{1}{f}$ = période (temporelle) de l'onde

$k = ku_x$ = vecteur d'onde de l'onde

$\sigma = \frac{k}{2\pi}$ = nombre d'onde de l'onde = fréquence spatiale de l'onde

$\lambda = \frac{1}{\sigma}$ = longueur d'onde de l'onde = période spatiale de l'onde

théorème : pour une onde plane progressive monochromatique se propageant dans la direction et le sens de u_x , la forme du champ magnétique B est analogue à celle du champ électrique E

4) Phase ; propagation de la phase :

définition : on appelle vitesse de phase v_ϕ d'une onde plane progressive monochromatique, de pulsation ω et de vecteur d'onde k , la vitesse de déplacement d'un plan d'onde ou plan équiphase, c'est-à-dire : $v_\phi = \frac{\omega}{k}$

théorème : pour une onde plane progressive monochromatique se propageant dans le vide, infiniment loin de toute matière, la vitesse de phase de l'onde est égale à la célérité C de la lumière dans le vide

II) ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE PLANE PROGRESSIVE MONOCHROMATIQUE POLARISÉE RECTILIGNEMENT :

1) Définition :

définition : une onde électromagnétique plane progressive monochromatique se propageant dans la direction et le sens de u_x est polarisée rectilignement si, et seulement si les deux composantes E_y et E_z du champ électrique sont en phase :

$$E_x = 0$$

$$E_y = E_{y0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$E_z = E_{z0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

2) Structure des champs électrique \underline{E} et magnétique \underline{B} :

a) étude du champ électrique \underline{E} :

expression de E : $E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$ ($E_0 =$ vecteur fixe)

conséquence : E garde une direction fixe dans l'espace et dans le temps

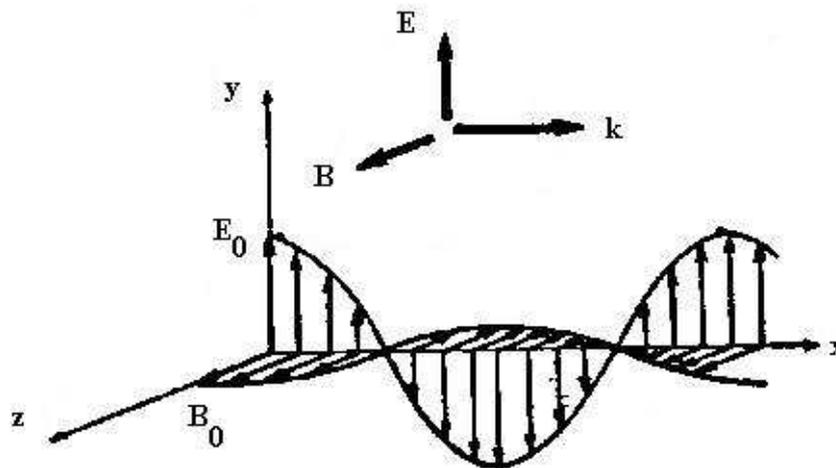
b) étude du champ magnétique \underline{B} :

expression de B : $B = B_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$ ($B_0 =$ vecteur fixe)

conséquences :

- 1) B garde une direction fixe dans l'espace et dans le temps
- 2) B est orthogonal à E et à k
- 3) B est en phase avec E

3) Visualisation de l'onde



III) ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE PLANE PROGRESSIVE MONOCHROMATIQUE POLARISÉE ELLIPTIQUEMENT :

1) Définition :

définition : une onde plane progressive monochromatique se propageant dans la direction et le sens de u_x est polarisée elliptiquement si, et seulement si la différence entre les phases des composantes E_y et E_z du champ électrique n'est pas un multiple de π :

$$E_x = 0$$

$$E_y = E_{y0} \cdot \cos(\omega t - kx)$$

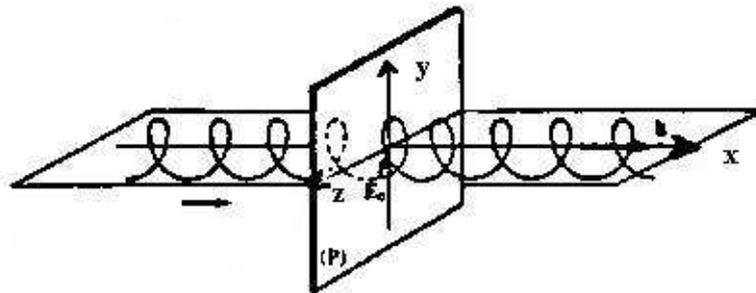
$$E_z = E_{z0} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi), \text{ où } : \varphi \neq 0[\pi]$$

définition : la polarisation de l'onde est dite gauche (respectivement: droite) si, et seulement si, pour une abscisse x fixée, le vecteur $E(x,t)$ tourne dans le sens direct (respectivement: rétrograde) autour du vecteur k

2) Structure des champs électrique E et magnétique B :

la direction de E et la direction de B varient dans l'espace et dans le temps

3) Visualisation de l'onde



4) Cas particulier de la polarisation circulaire :

définition : une onde plane progressive monochromatique, se propageant dans la direction et le sens de u_x , est polarisée circulairement si, et seulement si le déphasage entre les deux composantes E_y et E_z du champ électrique est égal à $\pm \frac{\pi}{2}$ et si les modules de ces deux composantes sont égaux :

$$E_x = 0$$

$$E_y = E_{y0} \cdot \cos(\omega t - kx)$$

$$E_z = E_{z0} \cdot \cos(\omega t - kx \pm \frac{\pi}{2}) = E_{z0} \cdot \sin(\omega t - kx)$$

IV) POLARISATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES ; POLARISEURS ET ANALYSEURS :

1) Polariseurs et analyseurs :

définitions :

a) un polariseur est un instrument permettant de transformer une onde électromagnétique "non polarisée" ou de polarisation elliptique quelconque en une onde polarisée rectilignement, parallèlement à un axe du polariseur, appelé axe de transmission, l'axe orthogonal, situé dans le plan du polariseur étant appelé axe d'extinction

b) un analyseur est un instrument permettant la mesure de la composante sur un axe donné du champ électrique E d'une onde polarisée rectilignement

2) Lames à retard :

définition : une lame à retard est un instrument modifiant l'état de polarisation d'une onde électromagnétique

théorème : une lame à retard d'épaisseur e et dont les indices des axes lent et rapide sont respectivement n_y et n_z introduit une avance de E_z sur E_y (ou un retard de E_y sur E_z) de:

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot e \cdot (n_y - n_z) \quad (\text{on suppose : } n_y > n_z)$$

où : $n_y = \frac{C}{v_{\phi y}}$ où : $v_{\phi y}$ = vitesse de phase d'une onde polarisée rectilignement parallèlement à u_y

$n_z = \frac{C}{v_{\phi z}}$ où : $v_{\phi z}$ = vitesse de phase d'une onde polarisée rectilignement parallèlement à u_z

définition : les axes u_y et u_z sont appelés axes neutres de la lame à retard

définition : on appelle lame demi-onde pour une onde électromagnétique de longueur d'onde dans le vide λ une lame à retard telle que : $\phi = \pi$ c'est-à-dire : $e \cdot (n_y - n_z) = \lambda/2$

propriétés d'une lame demi-onde :

1) une onde incidente polarisée rectilignement est transformée en une onde polarisée rectilignement telle que la direction de son champ électrique E_s soit symétrique de celle du champ électrique E_i de l'onde incidente par rapport aux axes de la lame

2) une onde incidente polarisée circulairement à gauche est transformée en une onde polarisée circulairement à droite, et réciproquement

définition : on appelle lame quart d'onde pour une onde électromagnétique de longueur d'onde dans le vide λ une lame à retard telle que : $\phi = \pi/2$ c'est-à-dire : $e \cdot (n_y - n_z) = \lambda/4$

propriété d'une lame quart d'onde :

une onde incidente polarisée circulairement est transformée en une onde polarisée rectilignement selon l'une des bissectrices des axes de la lame, et réciproquement

V) NOTATION COMPLEXE POUR LES ONDES PLANES PROGRESSIVES MONOCHROMATIQUES :

1) Ondes polarisées rectilignement :

méthode : à la grandeur réelle $s = s_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$ on associe la grandeur complexe: $\underline{s} = s_0 \cdot \exp[j(\omega \cdot t - k \cdot x)]$

étude de différents opérateurs :

$$\frac{\partial \underline{s}}{\partial t} = j\omega \underline{s} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \underline{s}}{\partial t} = j\omega \underline{s} \qquad \text{rots} \underline{s} = -jk \wedge \underline{s}$$

$$\operatorname{div} \underline{s} = -j \underline{k} \cdot \underline{s}$$

$$\Delta \underline{s} = -k^2 \underline{s} \quad \text{ou} \quad \Delta \underline{s} = -k^2 \underline{s}$$

on peut faire agir sur \underline{E} et \underline{B} tous ces opérateurs, selon les règles indiquées ci-dessus, puis retrouver les grandeurs réelles étudiées en prenant, à la fin des calculs, les parties réelles des grandeurs complexes qui nous intéressent

2) Vecteur de Poynting :

ATTENTION : on n'a pas le droit d'utiliser la notation complexe pour le vecteur de Poynting: il faut obligatoirement utiliser la notation réelle

VI) ONDE ÉLECTROMAGNETIQUE PLANE PROGRESSIVE MONOCHROMATIQUE DANS UN MILIEU MATÉRIEL ; RELATION DE DISPERSION ; VITESSE DE GROUPE :

1) Propagation d'une onde électromagnétique plane progressive monochromatique dans un milieu matériel :

dans un milieu matériel, de façon générale, pour une onde plane progressive monochromatique de pulsation ω et de vecteur d'onde k , on n'a pas : $\frac{\omega}{k} = c$; la relation entre ω et k , appelée relation de dispersion du

milieu, n'est d'ailleurs pas nécessairement linéaire : on peut avoir : $\frac{\omega}{k} = f(\omega) = g(k)$

2) Vitesse de groupe :

définition : la vitesse de groupe d'une onde plane progressive monochromatique, de pulsation ω et de vecteur d'onde k , est : $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

interprétation : dans un milieu où il n'y a pas absorption de l'onde, la vitesse de groupe de l'onde représente la vitesse de propagation de l'énergie associée à l'onde

remarque : la vitesse de groupe ne peut pas être supérieure à C , alors que la vitesse de phase v_ϕ peut être supérieure à C

théorème : dans le vide (infiniment loin de toute matière) : $v_\phi = v_g = c$

3) Lien général entre \underline{E} et \underline{B} pour une OPPS (dans le vide ou dans un milieu matériel) :

Dans le vide illimité : $\underline{B} = \frac{u}{c} \wedge \underline{E}$

Dans tous les cas : $\underline{B} = \frac{k}{\omega} \wedge \underline{E}$

VII) ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS UN CONDUCTEUR RÉEL :

1) Equations de propagation :

$$\square E = \mu_0 \cdot \frac{\partial j}{\partial t} \text{ (EPE)}$$

$$\square B = -\mu_0 \cdot \text{rot}(j) \text{ (EPB)}$$

2) Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement :

résultat : "effet de peau" : l'amplitude de l'onde décroît exponentiellement au fur et à mesure de la propagation, avec une distance caractéristique δ appelée profondeur de pénétration : $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$

3) Bilan énergétique

4) Vitesses de phase et de groupe :

dans un bon conducteur : $v_\phi, v_g \ll C$

VIII) ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS UN PLASMA :

1) Equations de propagation :

définition : un plasma est un gaz totalement ionisé

2) Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement :

résultat : il existe une pulsation de coupure en-dessous de laquelle les ondes électromagnétiques ne peuvent pas se propager dans le plasma

3) Vitesses de phase et de groupe

IX) EXEMPLES D'ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES CRÉÉES PAR UNE SOURCE DONNÉE : RAYONNEMENT À GRANDE DISTANCE D'UN DIPÔLE ÉLECTRIQUE :

1) Position du problème : dipôle électrique oscillant :

on considère un dipôle électrique constitué par:

a) une charge (-q) fixe en O ($q > 0$)

b) une charge mobile (+q) animée d'un mouvement sinusoïdal non relativiste le long de Oz autour de O :

$$z = z_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (z_0 > 0) \quad (\text{avec : } z_0 \cdot \omega \ll C, \text{ c'est-à-dire : } z_0 \ll \lambda)$$

on étudie les champs électrique et magnétique « à grande distance » ou encore dans l'approximation dipolaire, c'est-à-dire lorsque la distance $r = OM$ à laquelle on étudie ces champs est très grande devant z_0

2) Champs électrique E et magnétique B rayonnés à grande distance par le dipôle oscillant :

définition : la zone de rayonnement d'un émetteur est l'ensemble des points de l'espace situés à des distances grandes devant sa longueur d'onde, c'est-à-dire : $r \gg \lambda$.

en coordonnées sphériques, à grande distance du dipôle :

$$E = -\omega^2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{p_0 \cdot \sin \theta}{r} \cdot \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \cdot u_\theta$$

$$B = u_r \wedge \frac{E}{c} = -\omega^2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi c} \cdot \frac{p_0 \cdot \sin \theta}{r} \cdot \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \cdot u_\varphi$$

théorème : le champ électromagnétique (E, B) rayonné à grande distance par un dipôle oscillant a, dans la zone de rayonnement, localement une structure d'onde plane progressive polarisée rectilignement

3) Puissance rayonnée par le dipôle oscillant :

théorème : la valeur moyenne dans le temps $\langle P \rangle$ de la puissance rayonnée à travers une sphère S de centre

$$O \text{ et de rayon } r \text{ fixé est : } \langle P \rangle = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p_0^2 \cdot \omega^4}{c^3}$$

remarque : $\langle P \rangle$ est indépendant de r

généralisation : rayonnement d'accélération (ou de freinage !) ou Bremsstrahlung :

$$a) \text{ cas du dipôle électrique oscillant : } \langle P \rangle = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2 \cdot \langle a^2 \rangle}{c^3} \quad \text{où } \langle a^2 \rangle \text{ est la valeur}$$

moyenne temporelle du carré de l'accélération de la charge q

b) généralisation : toute particule chargée accélérée rayonne des ondes électromagnétiques dont la puissance moyenne temporelle totale (sommée sur toutes les directions et toutes les fréquences) est proportionnelle au carré de sa charge et à la valeur moyenne temporelle du carré de son accélération.

4) Diffusion Rayleigh : modèle de l'électron élastiquement lié :

a) Définitions :

Définition : la diffusion d'une onde électromagnétique est la retransmission par les atomes ou les molécules d'un milieu, dans toutes les directions, d'une onde électromagnétique reçue par ce milieu

Définition : la diffusion Rayleigh est l'interaction entre les molécules de l'atmosphère et la lumière du soleil

b) Modèle de l'électron élastiquement lié

c) Calcul de la puissance rayonnée pour chaque longueur d'onde

X) EFFET DOPPLER-FIZEAU :

définition : l'effet Doppler est la différence de fréquence entre la fréquence f_S d'une onde émise par une source et la fréquence f_R de l'onde perçue par un récepteur lorsque la source et le récepteur sont en mouvement relatif

résultat :
$$f_R = f_S \left(1 - \frac{\bar{v}}{C}\right)$$

où \bar{v} est la vitesse algébrique relative de la source S par rapport au récepteur R, mesurée sur l'axe orienté RS

et C est la célérité des ondes dans le milieu en question

remarque : l'effet Doppler existe pour tout type d'onde