plan du cours de propagation d'ondes électromagnétiques dans le vide

LES ÉQUATIONS DE MAXWELL

I) POSTULATS DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME :

1) Loi de Lorentz :

loi: toute particule de charge q, animée de la vitesse v dans un référentiel galiléen dans lequel règnent le champ électrique E et le champ magnétique B, est soumise à la force de Lorentz :

$$F = q(E + v \wedge B)$$

2) Équations de Maxwell :

l'existence dans l'espace d'une densité volumique de charge ρ et d'une densité volumique de courant j entraîne l'existence d'un champ électrique E et d'un champ magnétique B parfaitement déterminés par les quatre équations de Maxwell :

$$\mathrm{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t}(\mathrm{MF}) \qquad \mathrm{rot}B = \mu_0 . j + \varepsilon_0 . \mu_0 . \frac{\partial E}{\partial t}(\mathrm{MA})$$

$$\mathrm{div}B = 0(\mathrm{M\Phi}) \qquad \mathrm{div}E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}(\mathrm{MG})$$

3) Remarque importante sur la conservation de la charge :

l'équation de conservation de la charge: $\mathrm{div}j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0(\mathrm{ECC})$ est automatiquement vérifiée, compte tenu des équations de Maxwell : les équations de Maxwell sont compatibles avec l'équation de conservation de la charge

II) INTERPRÉTATION PHYSIQUE DES ÉQUATIONS DE MAXWELL :

1) Équation de "Maxwell-flux" :

le champ magnétique est à flux conservatif

2) Équation de Maxwell-Faraday :

cette équation traduit les phénomènes d'induction électromagnétique

3) Équation de Maxwell-Gauss :

cette équation traduit sous forme locale le théorème de Gauss, qui reste valable même en dehors du cadre de l'électrostatique

4) Équation de Maxwell-Ampère :

définition : $j_D = \varepsilon_0 . \frac{\partial E}{\partial t}$ est appelé vecteur densité volumique de courant de déplacement

en magnétostatique, l'équation de Maxwell-Ampère traduit sous forme locale le théorème d'Ampère
dans le cas général de champs variables en fonction du temps, l'existence du courant de déplacement traduit le fait qu'un champ électrique variable en fonction du temps peut être, au même titre qu'un courant, une source de champ magnétique

III) ÉQUATIONS DE PROPAGATION DES CHAMPS ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE :

1) Équation de propagation du champ électrique :

définition : on appelle d'Alembertien l'opérateur :

$$\square X = \Delta X - \left(\frac{1}{c^2}\right)\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}$$

théorème : le champ électrique E vérifie l'équation, dite de propagation :

$$\square E = \left(\frac{1}{\varepsilon_0}\right).\mathrm{grad}\rho + \mu_0 . \frac{\partial j}{\partial t} \text{(EPE)}$$

2) Équation de propagation du champ magnétique :

théorème : le champ magnétique B vérifie l'équation, dite de propagation :

$$\square B = -\mu_0 .\mathrm{rot}(j) \text{(EPB)}$$

IV) RELATIONS ENTRE CHAMPS ET POTENTIELS :

1) Existence des potentiels :

théorème: il existe un couple (A,V) (non unique !) de potentiels dont dérive le champ électromagnétique (E,B) ; A, appelé potentiel vecteur, et V, appelé potentiel scalaire, sont "définis" par :

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \mathrm{grad}V$$

$$B = \mathrm{rot}A$$

2) Indétermination des potentiels :

a) Transformation de jauge :

seul (E,B) est parfaitement défini ; le couple (A,V) est soumis à une double indétermination : s'il existe deux couples (A_1,V_1) et (A_2,V_2) correspondant au même couple (E,B), alors nécessairement :

$\Phi(M,t)$ et $K(t)$ tels que :

$$A_2 = A_1 + \text{grad}\Phi$$
$$V_2 = V_1 - \frac{\partial\Phi}{\partial t} + K(t)$$

b) Condition de jauge :

définition : une condition imposée au couple (A,V) est appelée relation ou condition ou équation de jauge

définition : on appelle jauge de Lorentz la condition de jauge :

$$\text{div}A + \left(\frac{1}{c^2}\right).\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \text{(JL)}$$

V) ÉQUATIONS DE PROPAGATION DES POTENTIELS OU ÉQUATIONS DE POISSON :

1) Équation de propagation du potentiel vecteur :

théorème : si l'on choisit la jauge de Lorentz, alors le potentiel vecteur vérifie l'équation, dite de propagation :

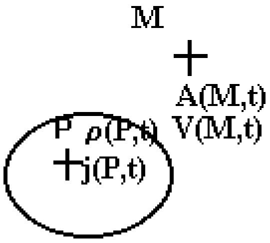
$$\Box A + \mu_0 . j = 0 \text{(EPA)}$$

2) Équation de propagation du potentiel scalaire:

théorème: si l'on choisit la jauge de Lorentz, alors le potentiel scalaire vérifie l'équation, dite de propagation:

$$\Box V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 \text{(EPV)}$$

<u>VI) SOLUTION GÉNÉRALE DES ÉQUATIONS DE PROPAGATION DES POTENTIELS (OU ÉQUATIONS DE POISSON) : SOLUTION DES POTENTIELS RETARDÉS :</u>



équations de Poisson :

$$\Box V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 \text{(EPV)}$$

$$\Box A + \mu_0 . j = 0 \text{(EPA)}$$

solution générale :

$$V(M,t) = \iiint_V \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right) . \frac{\rho\left(P, t - \frac{PM}{C}\right)}{PM} . d\tau(P)$$

$$A(M,t) = \iiint_V \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) . \frac{j\left(P, t - \frac{PM}{C}\right)}{PM} . d\tau(P)$$