

plan du cours de mécanique du solide**CONTACT ENTRE DEUX SOLIDES****D) MOUVEMENT D'UN SOLIDE SOUMIS À DES LIAISONS OU ACTIONS DE CONTACT :****1) Notion de liaison :**

définition : un solide est lié ou soumis à des liaisons ou soumis à des actions de contact si, et seulement s'il est astreint à rester en contact avec d'autres solides, c'est-à-dire, selon la géométrie de ces solides, s'il est astreint à rester en contact avec une surface, une courbe ou un point, ce contact réduisant ainsi le nombre de ses degrés de liberté

définition : le nombre de degrés de liberté d'un solide est le nombre de paramètres scalaires dont la connaissance à tout instant est nécessaire et suffisante à la description complète de l'évolution du solide ; ce nombre est nécessairement inférieur ou égal à 6

définition : le nombre de liaisons d'un solide est égal à 6 moins le nombre de degrés de liberté

2) Différents types de liaisons :

définition :

- 1) une liaison est bilatérale ou persistante si, et seulement si le contact est nécessairement maintenu tout au long du mouvement
- 2) une liaison est unilatérale ou non persistante si, et seulement si le contact n'est pas nécessairement maintenu tout au long du mouvement

3) Réalisations pratiques de liaisons :**a) Liaison rotule :**

définition : le solide est soumis à une liaison rotule autour de son point O si, et seulement s'il est astreint à rester en contact avec un support de telle façon que le point O soit fixe par rapport au support et que, dans le référentiel lié au support, le solide ait trois degrés de liberté de rotation autour du point O

définition : l'articulation rotule autour du point O est dite parfaite si, et seulement si le moment en O des actions de liaison subies par le solide est nul

b) Liaison pivot :

définition : le solide est soumis à une liaison pivot autour de son axe Δ si, et seulement s'il est astreint à rester en contact avec un support de telle façon que l'axe Δ soit fixe par rapport au

support (dans le référentiel lié au support, le solide a donc un seul degré de liberté, de rotation autour de l'axe Δ)

définition : l'articulation pivot autour de l'axe Δ est dite parfaite si, et seulement si le moment par rapport à l'axe Δ des actions de liaison subies par le solide est nul

4) Vitesse de glissement :

a) Position du problème

b) Définition de la vitesse de glissement :

définition : la vitesse de glissement d'un solide S sur un solide S_0 est la vitesse, dans le référentiel (R_0) où le solide S_0 est fixe, du point de S qui assure le contact de S avec S_0 :

$$v_g = v^{I_S/R_0}$$

théorème : si I_S est le point du solide S en contact avec le solide S_0 à l'instant t , alors, si (R) est un référentiel quelconque, la vitesse de glissement du solide S par rapport à S_0 à l'instant considéré est :

$$v_g = v^{I_S/R} - v^{I_{S_0}/R}$$

c) Propriétés de la vitesse de glissement :

v_g appartient au plan tangent

5) Roulement et pivotement sans glissement :

définition : il n'y a pas glissement si, et seulement si: $v_g = 0$

conséquence : s'il n'y a pas glissement du solide S sur le solide S_0 , il y a rotation instantanée autour de l'axe $(I, \Omega^{S/R_0})$

II) TORSEUR DES ACTIONS DE LIAISON :

1) Etude générale:

si le solide S est, à l'instant t , en contact avec le solide S_0 par le point I , alors le solide S_0 exerce sur le solide S , à cet instant, des actions qui constituent un torseur :

$$T_F : \begin{matrix} R = N + T \\ M(I) = M_N(I_S) + M_T(I_S) \end{matrix}$$

où : $N, M_N(I_S)$ sont normaux au plan tangent

$T, M_T(I_S)$ sont dans le plan tangent

par définition :

N = réaction normale (de S sur S_0)

T = force de frottement ou de résistance au glissement

$M_N(I_S)$ = moment de résistance au pivotement

$M_T(I_S)$ = moment de résistance au roulement

2) La composante normale N :

S_0 repousse S (et S repousse S_0)

3) La force de frottement T :

a) Premier cas : il y a glissement de S sur S_0 :

1) T est parallèle à v_g et de sens opposé

2) loi de Coulomb : $\|T\| = f\|N\|$ où: f = coefficient de frottement dynamique

b) Deuxième cas : il n'y a pas glissement de S sur S_0 :

1) T a une direction "indéterminée" (c'est-à-dire déterminée uniquement par les forces extérieures)

2) T a un module indéterminé : $\|T\| < f_0\|N\|$ où: f_0 = coefficient de frottement statique
(on dit que R reste à l'intérieur du cône de frottement)

définition : il y a arc-boutement si, et seulement si les contraintes sont telles que R ne peut pas sortir du cône de frottement

4) Le moment de résistance au pivotement $M_N(I_S)$:

a) Premier cas : il y a pivotement de S par rapport à S_0 :

1) $M_N(I_S)$ est parallèle et de sens opposé à Ω_{R_0}

2) loi de Coulomb : $\|M_N(I_S)\| = d\|N\|$

b) Deuxième cas:il n'y a pas pivotement de S par rapport à S_0 :

1) $M_N(I_S)$ a une direction et un sens indéterminés

2) $M_N(I_S)$ a un module indéterminé : $\|M_N(I_S)\| < d_0\|N\|$

5) Le moment de résistance au roulement $M_T(I_S)$:

a) Premier cas: il y a roulement de S sur S_0 :

1) $M_T(I_S)$ est parallèle et de sens opposé à Ω_{R_0}

2) loi de Coulomb : $\|M_T(I_S)\| = \delta \|N\|$

b) Deuxième cas: il n'y a pas roulement de S par rapport à S_0 :

1) $M_T(I_S)$ a une direction et un sens indéterminés

2) $M_T(I_S)$ a un module indéterminé: $\|M_T(I_S)\| < \delta_0 \|N\|$

III) PUISSANCE DES ACTIONS DE LIAISON EXERCÉES PAR UN SOLIDE S_0 SUR UN SOLIDE S :

1) Expression générale de la puissance des actions de contact exercées par S_0 sur S :

$$P_R = T_{F(S_0 \rightarrow S)} \cdot T_{v_R} = R_{S_0 \rightarrow S} \cdot v_R(A) + M_{S_0 \rightarrow S}(A) \cdot \Omega_R, \forall A \in (S)$$

2) Expression générale de la puissance totale des actions de contact (de S_0 sur S et de S sur S_0) :

$$P = T_{F(S_0 \rightarrow S)} \cdot T_{v_R} = R_{S_0 \rightarrow S} \cdot v_g(S/S_0) + M_{S_0 \rightarrow S}(I_S) \cdot \Omega(S/S_0)$$

3) Condition de nullité de la puissance des actions de contact ; liaison parfaite :

théorème : la puissance (totale) des actions de contact entre deux solides S et S_0 est nulle si, et seulement si :

il n'y a pas glissement de S sur S_0 ($v_g(S/S_0) = 0$) **ou bien**, si le glissement de S sur S_0 est possible, il n'y a pas frottement de S sur S_0 ($T = 0$)

et

il n'y a pas pivotement de S sur S_0 ($\Omega_N(S/S_0) = 0$) **ou bien**, si le pivotement de S sur S_0 est possible, le moment de résistance au pivotement, calculé au point de contact, est nul :

$$M_N(I_S) = 0$$

et

il n'y a pas roulement de S sur S_0 ($\Omega_T(S/S_0) = 0$) **ou bien**, si le roulement de S sur S_0 est possible, le moment de résistance au roulement calculé au point de contact, est nul :

$$M_T(I_S) = 0$$

théorème : la puissance totale des actions de contact s'exerçant entre un solide S_0 et un solide S par l'intermédiaire d'une liaison parfaite est nulle

4) Définition d'une liaison parfaite :

définition : une liaison entre deux solide est parfaite si, et seulement si la puissance totale des actions de contact correspondant à cette liaison est nulle

conséquences :

- a) pour une liaison pivot parfaite parallèle à l'axe Oz, le moment par rapport à l'axe des actions de contact entre les deux solides est nul
- b) pour une liaison rotule parfaite de point fixe O, le moment en O des actions de contact entre les deux solides est nul