MP5 Physique

plan du cours de mécanique

CINÉMATIQUE DU SOLIDE

I) CHAMP DES VITESSES DES POINTS D'UN SOLIDE :

1) Définition d'un solide (indéformable) :

définition :un système matériel (S) est un solide si, t seulement si

$$\forall P,Q \in (S), \|PQ\| = cte/t$$

2) Champ des vitesses des points d'un solide :

théorème : $\forall P,S \in (S)$ $\quad v^{Q}/_{R} = v^{P}/_{R} + \Omega^{S}/_{R} \wedge PQ$

le champ des vitesses des points d'un solide dans un référentiel R constitue donc un torseur, de résultante $\Omega^{S}/_{R}$ et de moment en P (point matériel du solide) : $v^{P}/_{R}$

définition : le torseur vitesse des points d'un solide dans R est appelé torseur cinématique du solide dans R

$$\{V^{S}/_{R}\} = \begin{cases} \Omega^{S}/_{R} \\ v^{M}/_{R} \end{cases}$$

définition : le vecteur $\Omega^{S}/_{R}$ est appelé vecteur rotation du solide dans R

3) Champ des accélérations des points d'un solide :

le champ des accélérations des points d'un solide ne constitue pas un torseur

II) ASSOCIATION D'UN SOLIDE ET D'UN RÉFÉRENTIEL :

Si un référentiel (R') est en mouvement par rapport à un référentiel (R), on peut associer par la pensée un solide virtuel à (R') : alors la vitesse dans (R) d'un point de ce solide virtuel est appelée vitesse d'entraînement de (R') par rapport à (R) et le vecteur rotation de (R') par rapport à (R) est appelé vecteur rotation d'entraînement de (R') par rapport à (R)

$\forall P',Q'$ fixes dans R' $\quad v^{Q'}/_{R} = v^{P'}/_{R} + \Omega_{ent}{}^{R'}/_{R} \wedge P'Q'$

ou : $\quad v_{ent}{}^{Q'}/_{R} = v_{ent}{}^{P'}/_{R} + \Omega_{ent}{}^{R'}/_{R} \wedge P'Q'$

III) CAS D'UN SOLIDE EN TRANSLATION :

1) Définition :

Un solide est en translation dans R si,et seulement si pour tout couple de points A, B du solide : $\vec{AB} = \vec{cte} / t$

2) Conséquences :

a) le champ des vitesses dans R est uniforme : $v^{M}/_{R} = cte / M, \text{à} \quad t \quad \text{fixé}, \forall t$

b) le champ des accélérations dans R est uniforme : $a^{M}/_{R} = cte / M, \text{à} \quad t \quad \text{fixé}, \forall t$

c) $\Omega^{S}/_{R} = 0, \forall t$

d) le champ des vitesses dans R se réduit à un couple

e) les trajectoires de tous les points du solide se déduisent les unes des autres par translation

3) Exemples :

a) translation rectiligne :

définition : un solide est en translation rectiligne dans R si, et seulement si la trajectoire dans R d'un point quelconque du solide est une droite

b) translation circulaire :

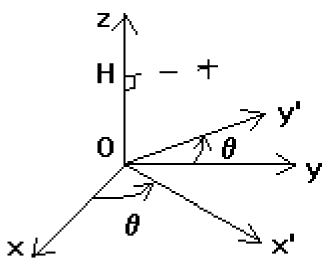
définition : un solide est en translation circulaire dans R si, et seulement si la trajectoire dans R d'un point quelconque du solide est un cercle

IV) CAS D'UN SOLIDE EN ROTATION AUTOUR D'UN AXE FIXE :

1) Définition :

Un solide est en rotation autour d'un axe fixe de R si, et seulement si la trajectoire de tout point du solide est un cercle dont l'axe est un axe lié au solide

2) Vitesse d'un point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe :



$$v^{M}/_{R} = \Omega^{S}/_{R} \wedge OM = \Omega^{S}/_{R} \wedge HM$$

$$\text{où : } \Omega^{S}/_{R} = \dot{\theta} u_{z}$$

R=(O,x,y,z)
R'=(O,x',y',z) lié au solide

3) Accélération d'un point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe:

$$a^{M}/_{R} = \ddot{\theta}\, u_z \wedge OM + \left(-\dot{\theta}^2\right) HM$$

$$= a_{\mathbf{tan}\,\text{gentielle}} + a_{\text{normale}}$$

VII) MOUVEMENT LE PLUS GÉNÉRAL D'UN SOLIDE :

définition : on appelle axe instantané de rotation du solide (S) dans son mouvement dans R l'axe du torseur cinématique du solide (S) dans R

définition : à un instant t_0, le mouvement d'un solide imaginaire déterminé par :

$$v^{M}/_{R}\left(t = t_0\right)$$

$$\Omega^{S}/_{R}\left(t = t_0\right)$$

et n'étant plus soumis à aucune action pour $t > t_0$ est appelé mouvement hélicoïdal tangent du solide (S) à l'instant t_0

le mouvement le plus général d'un solide, si celui-ci n'est soumis à aucune liaison, est caractérisé par la connaissance à tout instant de 6 paramètres scalaires (par exemple: trois correspondant à la vitesse dans R du barycentre G et trois correspondant au vecteur rotation $\Omega^{S}/_{R}$)