RAPPELS SELECTIFS DE MECANIQUE NON RELATIVISTE DU POINT MATERIEL

ETUDE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME OU DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME ET PERMANENT

I) FORCE DE LORENTZ :

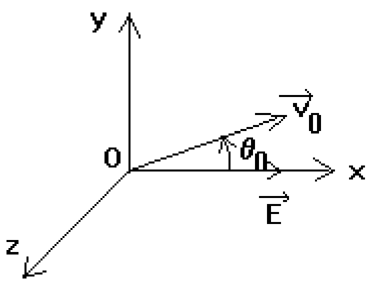
lorsqu'une particule chargée, de charge q, de vitesse dans le référentiel (R) v_R, est placée dans un champ électromagnétique (E, B), elle est soumise à la force de Lorentz : $F = q(E + v_R \wedge B)$

II) MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME ET INDEPENDANT DU TEMPS :

1) Principe fondamental de la dynamique :

dans (R) galiléen : $\left(\frac{dp}{dt}\right)_R = qE$ (1)

notations :



$E = Eu_x , où\_E = cte > 0$
$q\_en\_O\_à\_t = 0, avec:$
$v_0 = v_{ox}u_x + v_{oy}u_y$

2) Equations horaires du mouvement :

on les obtient par projection de(1) sur les trois axes de coordonnées cartésiennes, puis intégration des équations différentielles obtenues :

$$x = \frac{1}{2}\frac{q}{m}Et^2 + v_{0x}t$$
$$y = v_{0y}t$$
$$z = 0$$

3) Equation cartésienne de la trajectoire :

on l'obtient par élimination de t entre les équations horaires du mouvement :

cas où $v_{0y} \neq 0$:

$$x = \frac{1}{2}\frac{q}{m}E\left(\frac{y}{v_{0y}}\right)^2 + v_{0x}\frac{y}{v_{0y}}$$ la trajectoire est une parabole

$$z = 0$$

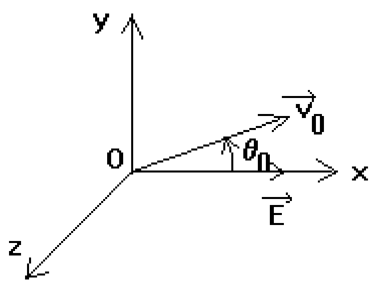
cas où $v_{0y} = 0$: la trajectoire est l'axe Ox

III) MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME ET DEPENDANT DU TEMPS :

1) Principe fondamental de la dynamique :

dans (R) galiléen : $\left(\frac{dp}{dt}\right)_R = qE$ (1)

notations :



$$E = Eu_x\text{, où\_ } E = cte > 0$$
$$q\_en\_O\_à\_t = 0, avec:$$
$$v_0 = v_{ox}u_x + v_{oy}u_y$$

2) Equations horaires du mouvement :

on les obtient par projection de(1) sur les trois axes de coordonnées cartésiennes, puis intégration des équations différentielles obtenues :

$$x = \frac{1}{2}\frac{q}{m}\int_0^t\left(\int_0^w E(u).du\right)dw + v_{0x}t$$
$$y = v_{0y}t$$
$$z = 0$$

3) Equation cartésienne de la trajectoire :

on l'obtient par élimination de t entre les équations horaires du mouvement :

cas où $v_{0y} \neq 0$:
la forme de la trajectoire dépend de la fonction E(t)

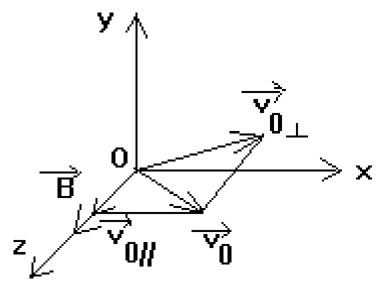
cas où $v_{0y} = 0$: la trajectoire est l'axe Ox

IV) MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME ET INDEPENDANT DU TEMPS :

1) Principe fondamental de la dynamique :

dans (R) galiléen : $\left(\frac{dp}{dt}\right)_R = qv_R \wedge B$ (2)

notations :



$B = Bu_z, où\_B = cte > 0$
$q\_en\_O\_à\_t = 0, avec :$
$v_0 = (v_{ox}u_x + v_{oy}u_y) + v_{0z}u_z = v_{0\perp} + v_{0//}$

2) Etude de la trajectoire dans le cas particulier où v_0 est orthogonal à B :

l'utilisation du théorème de l'énergie cinétique montre que la norme de la vitesse est constante

la projection du principe fondamental de la dynamique sur la direction de B montre que la vitesse reste orthogonale à B ; le mouvement est donc plan

la projection du principe fondamental de la dynamique sur le vecteur normal du trièdre de Frenet montre que le rayon de courbure de la trajectoire est une constante: la trajectoire est donc un cercle orthogonal à B, contenant le point O et de rayon : $R = \frac{mv_0}{qB}$ où : $v_0 = \|v_0\| (= cte)$

les équations horaires du mouvement, obtenues par intégration des équations différentielles traduisant (2) sont :

$x = R(1 - \cos\omega t)$
$y = R.\sin\omega t$ où : $\omega = \frac{qB}{m}$
$z = 0$

3) Etude de la trajectoire dans le cas général où $\underline{v}_0$ a une direction quelconque par rapport à $\underline{B}$:

l'utilisation du théorème de l'énergie cinétique montre que la norme de la vitesse est constante

la projection du principe fondamental de la dynamique sur la direction de B montre que : $v_{//} = v_{0//}$: en projection sur la direction de B, le mouvement est uniforme

la projection du principe fondamental de la dynamique dans un plan orthogonal à B se ramène à l'étude du cas précédent (paragraphe 2) : la projection du mouvement sur un plan orthogonal à B est donc un mouvement circulaire uniforme, selon un cercle contenant le point O, de rayon $R_{\perp} = \dfrac{mv_{0\perp}}{qB}$, parcouru à la vitesse $v_{0\perp}$

les équations horaires du mouvement, obtenues par intégration des équations différentielles traduisant (2) sont :

$$x = R_{\perp}(1 - \cos\omega t)$$
$$y = R_{\perp}.\sin\omega t \qquad \text{où :} \qquad v_{0//} = \|v_{0//}\|, \quad \omega = \frac{qB}{m}$$
$$z = v_{0//}.t$$

V) APPLICATION : LES ACCELERATEURS DE PARTICULES :

(voir le cours de première année)

1) Les accélérateurs linéaires

2) Les accélérateurs circulaires :

a) Les cyclotrons

b) Les synchrocyclotrons

c) Les synchrotrons