

RAPPELS SÉLECTIFS DE MÉCANIQUE NON RELATIVISTE DU POINT MATÉRIEL

MOUVEMENT D'UN POINT MATÉRIEL DANS UN CHAMP NEWTONIEN

I) CHAMP NEWTONIEN :

définition : un point matériel de position M et de masse m est soumis à un champ newtonien si, et seulement s'il est soumis à la force :

$$F = mk' \frac{OM}{(OM)^3} = mk' \frac{u_r}{(OM)^2}$$

théorème : un point matériel soumis au champ newtonien $k' \frac{u_r}{(OM)^2}$ possède une énergie potentielle:

$$U = (m.k')/OM = (mk')/r = k/r \quad (\text{à une constante additive arbitraire près})$$

II) UTILISATION DES THÉORÈMES FONDAMENTAUX :

1) Force centrale :

la force à laquelle est soumis le point matériel est centrale, donc :

- * le mouvement est plan
- * le mouvement vérifie la loi des aires

2) Énergie :

$$E = (1/2.m.v^2) + (1/2.m.C^2/r^2 + k/r) = K_r + U_{\text{efficace}}$$

où: K_r = énergie cinétique radiale

$U_{\text{efficace}}(r)$ = énergie potentielle efficace

III) ÉQUATION DE LA TRAJECTOIRE :

$$d^2u/d\theta^2 + u = -k/(m.C^2)$$

donc : $r = p/[1 + e.\cos \theta]$ où : $p = -m.C^2/k$ et : $e = -A.m.C^2/k$

la trajectoire est une conique dont O est un (ou le) FOYER

IV) NATURE DE LA TRAJECTOIRE EN FONCTION DE L'ÉNERGIE :

1) Étude générale de $U_{\text{efficace}}(r)$:

théorème : la fonction $U_{\text{efficace}}(r)$ possède un extremum, qui est un minimum, si, et seulement si $k < 0$, c'est-à-dire dans le cas d'une force attractive

2) Expression de l'énergie mécanique en fonction de l'excentricité :

théorème : $E = 1/2.k^2.(e^2-1)/(m.C^2)$

3) Cas d'une répulsion : $k > 0$:

- a) U_{efficace} n'a pas d'extremum
- b) l'excentricité e est supérieure à 1 : la trajectoire est une hyperbole
- c) le système (O,M) est dans un état de diffusion

4) Cas d'une attraction :

- a) U_{efficace} a un minimum pour :
- b) Etude des différents cas :
 - α) $E > 0$: le système est dans un état de diffusion:
 - * si $E > 0$: la trajectoire est une hyperbole
 - * si $E = 0$: la trajectoire est une parabole
 - β) $E < 0$: le système est dans un état lié:
 - la trajectoire est une ellipse
 - (cas particulier: $e = 0$: cercle)

V) CAS D'UNE TRAJECTOIRE ELLIPTIQUE : RELATION ENTRE LA PERIODE ET LA LONGUEUR DU GRAND AXE :

troisième loi de Kepler : $T^2 = (4.\pi^2.m/k).a^3$

VI) INTERACTIONS GRAVITATIONNELLES :

1) Vitesse de libération :

définition : la vitesse de libération à la surface d'un astre est la vitesse minimale qu'il faut communiquer à un objet pour que celui-ci puisse s'éloigner indéfiniment de l'astre, c'est-à-dire constituer avec celui-ci un système en état de diffusion

théorème : $v = (2.G.M/r_0)^{1/2}$

2) Trajectoires elliptiques de même énergie mécanique :

théorème : l'énergie mécanique d'un point matériel soumis à une force newtonienne $-k \frac{u_r}{(r)^2}$ et de trajectoire elliptique de demi - grand axe a, est : $E = k/(2a)$

conséquence : toutes les ellipses trajectoires qui ont la même valeur du demi - grand axe correspondent à la même énergie mécanique, quelle que soit l'excentricité de l'ellipse

3) Lancement d'un satellite artificiel :

il faut nécessairement deux phases: phase balistique, puis phase de révolution