RAPPELS SÉLECTIFS DE MÉCANIQUE NON RELATIVISTE DU POINT MATÉRIEL

POINT MATÉRIEL SOUMIS À UNE FORCE CENTRALE

1) Point matériel soumis à une force centrale :

définition : un point matériel est soumis à une force centrale si, et seulement si la force à laquelle il est soumis a une direction passant par un point fixe de R

théorème :
1) un point matériel soumis à une force centrale a un mouvement plan
2) en coordonnées polaires dans le plan du mouvement, le mouvement est soumis à la loi des aires :

$r^2.\theta$ = constante = C

(interprétation physique: la vitesse aréolaire, c'est-à-dire l'aire balayée par unité de temps par le rayon vecteur, est une constante, égale à C/2)

2) Énergie :

théorème :
si la force à laquelle est soumis le point M dérive d'une énergie potentielle U(r), alors l'énergie mécanique du point M est égale à :
$E = (1/2.m.r^2) + (1/2.m.C^2/r^2 + U(r)) = K_{radiale} + U_{efficace}(r)$

définition : on appelle intégrale première du mouvement une grandeur ne faisant intervenir que des variables de position et/ou des dérivées premières des variables de position et qui se conserve au cours du temps

exemples d'intégrales premières du mouvement : moment cinétique en G, énergie mécanique

3) États de diffusion, états liés :

définition :
* si les deux points M_1 et M_2 peuvent s'éloigner indéfiniment l'un de l'autre, on dit que le système est dans un état de diffusion
* si les deux points M_1 et M_2 restent constamment à distance finie l'un de l'autre, on dit que le système est dans un état lié

théorème : un système isolé de deux particules en interaction selon une force qui dérive d'un potentiel est dans un état de diffusion si, et seulement si son énergie mécanique barycentrique est positive et dans un état lié si, et seulement son énergie mécanique est négative

4) Trajectoire :

a) Equations horaires de la trajectoire :

ce sont les équations r = r(t) et θ = θ(t)

on les obtient ainsi :

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{\mu}\left(E - U_{efficace}(r)\right)}}$$ ce qui donne r(t)

puis $$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C = cte$$ ce qui donne θ(t)

b) Equation en coordonnées polaires de la trajectoire :

on l'obtient par élimination de t entre les équations horaires de la trajectoire

remarque importante : on peut aussi obtenir l'équation polaire de la trajectoire à l'aide des formules de Binet

5) Formules de Binet :

théorème : si un point matériel est soumis à une accélération centrale, alors sa vitesse et son accélération s'expriment, en coordonnées polaires dans le plan du mouvement, par :

$$v = C\left[-\frac{du}{d\theta}u_r + u.u_\theta\right] \qquad (B1)$$

formules de Binet

$$a = -C^2u^2\left[\frac{d^2u}{d\theta^2} + u\right]u_r \qquad (B2)$$

la relation (2) donne la force si on connaît la trajectoire (dans un référentiel galiléen) et réciproquement