

Introduction à l'optique ondulatoire

Modèle scalaire, intensité, éclairement, chemin optique

La lumière est une **onde électromagnétique**, il s'agit de la propagation des champs électrique et magnétique, grandeurs vectorielles. Localement, les ondes électromagnétiques progressives ont une structure transversale et leur amplitude varie en $\frac{1}{r}$ (cf rayonnement dipolaire). Dans une petite zone autour d'un point M loin de la source, on peut considérer l'amplitude constante et la direction du champ électrique constante ; seule la phase varie de façon notable.

La lumière naturelle (soleil, lampes usuelles) est non polarisée (c'est à dire toutes les directions du champ électrique sont équiprobables dans le plan d'onde local). On peut traiter alors la lumière comme **une onde scalaire** tant que les milieux traversés sont isotropes.

L'oeil est sensible à l'intervalle de longueurs d'onde $[400 \text{ nm}, 750 \text{ nm}]$; c'est le **domaine du visible**. Dans ce domaine, les fréquences sont de l'ordre de quelques 10^{14} s^{-1} , les périodes sont de l'ordre de quelques 10^{-15} s . L'oeil a son maximum d'acuité visuelle dans le vert jaune 560 nm .

L'**intensité lumineuse** émise par une source est proportionnelle à la moyenne temporelle du carré du signal lumineux au point M. $I(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle = \frac{K}{2} \underline{s} \cdot \underline{s}^*$.

Postulat des récepteurs On postule que l'impression au point M sur une plaque photo ou l'éclairage au point M d'un écran ou la réponse au point M d'un photodétecteur est proportionnelle à l'intensité reçue au point M. Le récepteur oeil humain a un temps de réponse de l'ordre de $0,1 \text{ s}$.

Pour un milieu quelconque, on définit le **chemin optique** sur un rayon lumineux curviligne quelconque de A à B par $L = (AB) = \int_A^B n(M) ds_M$.

$L = (AB) = \int_A^B n(M) ds_M = \int_{t_A}^{t_B} n(M)v(M) dt = \int_{t_A}^{t_B} c dt = c(t_B - t_A)$. On peut donc interpréter le chemin optique comme le chemin parcouru dans le vide pendant la durée réelle mise pour aller de A à B.

Soient O et M appartenant au même rayon ou à deux rayons parallèles dans un milieu d'indice constant, le déphasage vaut :

$$\phi_{M/O} = \vec{k} \cdot \vec{OM} \text{ avec } \vec{k} = \frac{2\pi n}{\lambda} \vec{u} \text{ et } \vec{u} \text{ le vecteur unitaire du rayon lumineux}$$

Théorème de Malus Dans un milieu isotrope, les normales aux surfaces d'onde sont les rayons lumineux **quelque soit le nombre de réfractions et de réflexions**.

Déphasages supplémentaires

Lors d'une réflexion sur un métal dite réflexion métallique, l'onde réfléchie se déphase de π par rapport à l'onde incidente.

Lors d'une réflexion d'un milieu d'indice n_1 sur un milieu d'indice plus élevé $n_2 > n_1$, l'onde réfléchie se déphase de π en plus par rapport à l'onde incidente tandis que l'onde transmise reste en phase avec l'onde incidente.

Interférences à deux ondes en lumière monochromatique

Deux sources cohérentes sont **deux sources ponctuelles** (lumineuses en optique) **éternelles de même pulsation** ω notées S_1 et S_2 en relation de **phase constante**.

Elles émettent respectivement deux signaux $s_1(t) = a_{o1} \cos \omega t$ et $s_2(t) = a_{o2} \cos(\omega t - \varphi_o)$ avec le déphasage φ_o constant appelé déphasage à la source de 2 par rapport à 1. Sa constance ainsi que le caractère éternel des deux sources assure la cohérence des deux sources de même pulsation.

Les deux signaux se propagent et atteignent le point M où ils valent respectivement $s_1(M, t) = a_{o1} \cos \omega(t - (S_1M)/c)$ et $s_2(M, t) = a_{o2} \cos(\omega(t - (S_2M)/c) - \varphi_o)$.

Ils s'additionnent et on obtient au point M $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t) = a_{o1} \cos \omega(t - (S_1M)/c) + a_{o2} \cos(\omega(t - (S_2M)/c) - \varphi_o)$.

On définit le déphasage au point M entre les deux signaux $\Phi_{2/1}(M) = \varphi_o + \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{2/1}(M)$

On définit la différence de marche optique $\delta_{2/1}(M) = (S_2M) - (S_1M)$

$$I(M) = I_{o1} + I_{o2} + 2\sqrt{I_{o1} I_{o2}} \cos \Phi_{2/1}(M)$$

$$I(M) = 2 I_o(1 + \cos \Phi_{2/1}(M)) \text{ si } I_{o1} = I_{o2}$$

Cette formule appelée **formule de Fresnel** fait intervenir I_{o1} intensité reçue au point M avec la seule source S_1 et I_{o2} intensité reçue au point M avec la seule source S_2 , le seul terme dépendant de M est le déphasage $\Phi_{2/1}(M)$ entre la vibration lumineuse issue de la source 2 et celle issue de la source 1 arrivant au point M.

Le déphasage est primordial quand on s'intéresse aux interférences entre deux signaux et donc le calcul de la différence de marche optique.

Le **champ d'interférences** est le lieu des points M pouvant être atteint par les deux signaux. Pour une même intensité, le lieu des points M est une famille de franges d'interférences de même phase modulo 2π .

Si $\Phi_{2/1}(M) = m2\pi$ avec m entier, les **interférences** sont **constructives** au point M. L'intensité y est maximale notée I_{max} . On parle de **franges brillantes**.

Si $\Phi_{2/1}(M) = (2m+1)\pi$ avec m entier, les **interférences** sont **destructives** au point M. L'intensité y est minimale notée I_{min} . On parle de **franges sombres**. Si $I_{min} = 0$, on parle de franges noires.

Par définition, le contraste ou visibilité des franges est : $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = |V|$

$$I_{max} = (\sqrt{I_{o1}} + \sqrt{I_{o2}})^2 \text{ et } I_{min} = (\sqrt{I_{o1}} - \sqrt{I_{o2}})^2.$$

Le contraste est maximal et vaut 1 quand $I_{min} = 0$ alors $I_{o1} = I_{o2}$. Le contraste est nul si $I_{o1} \gg I_{o2}$ ou $I_{o1} \ll I_{o2}$.

Le problème possède la symétrie de révolution par rapport à l'axe S_1S_2 . Si le milieu est homogène d'indice n constant, cela correspond à des **hyperboloïdes de foyers S_1 et S_2** . Dans un plan méridien (donc contenant l'axe S_1S_2), cela correspond à des hyperboles de foyers S_1 et S_2 .

Forme des franges d'interférences selon la position de l'écran

Si l'**écran** est **perpendiculaire** à l'axe S_1S_2 , l'intersection des hyperboloïdes avec l'écran est une famille de cercles concentriques d'axe S_1S_2 ; on parle de **franges circulaires ou d'anneaux**.

Si l'**écran** est **parallèle** à l'axe S_1S_2 mais sans le contenir, l'intersection des hyperboloïdes avec l'écran est une famille d'hyperboles. Mais si la distance de l'écran aux sources est très grande devant la distance S_1S_2 alors ces franges sont pratiquement des segments de droite. On parle de **franges rectilignes**.

On définit l'**ordre d'interférences** en un point par $p(M) = \frac{\Phi_{2/1}(M)}{2\pi}$. L'intérêt est de raisonner avec des nombres entiers (franges brillantes) ou demi entiers (franges sombres). Pour passer d'une frange à une autre consécutive de même nature, l'ordre varie de ± 1 .

Calcul des différences de marche optique et des déphasages

Si $D \gg x, a$ avec $a = S_1S_2$ et x la distance de M au plan médiateur des deux sources alors $\delta_{2/1} = na x/D$. Les franges sont rectilignes ($x = \text{constante}$), équidistantes d'interfrange $i = \lambda D/na$.

Soient S_1 et S_2 deux sources à l'infini, elles définissent deux ondes planes de direction \vec{u}_{S_1} et \vec{u}_{S_2} . On choisit le point O tel que $\Phi_{2/1}(O) = 0$.

$$\Phi_{2/1}(M) = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{OM} \quad \text{avec} \quad \vec{k}_1 = \frac{2n\pi}{\lambda} \vec{u}_{S_1} \quad \text{et} \quad \vec{k}_2 = \frac{2n\pi}{\lambda} \vec{u}_{S_2}.$$

Cohérence temporelle. nécessité d'un dispositif diviseur d'onde

L'émission lumineuse n'est pas continue. Elle se fait par émission de trains d'onde de durée moyenne τ grande devant la période du signal lumineux.

Deux sources lumineuses indépendantes sont incohérentes entre elles. Elles n'interfèrent pas et $I(M) = I_{o1} + I_{o2}$.

Pour obtenir un système de franges d'interférences, il faut fabriquer deux **sources secondaires** à partir de la même source dite **primaire**. On parle de **diviseurs d'onde**. Les deux sources secondaires sont dites cohérentes entre elles (même pulsation et en relation de phase constante : cohérence mutuelle).

Cohérence temporelle Il faut que les deux trains d'onde secondaires issus du même train d'onde primaire se recouvrent temporellement au point M ce qui impose à la différence de marche optique $|\delta_{2/1}(M)| < c\tau = l_c$. l_c est appelée longueur de cohérence temporelle. Pour les lampes spectrales, $l_c \simeq \text{mm}$ au cm . Pour les lasers de TP, $l_c \simeq$ quelques dizaines de mètres.

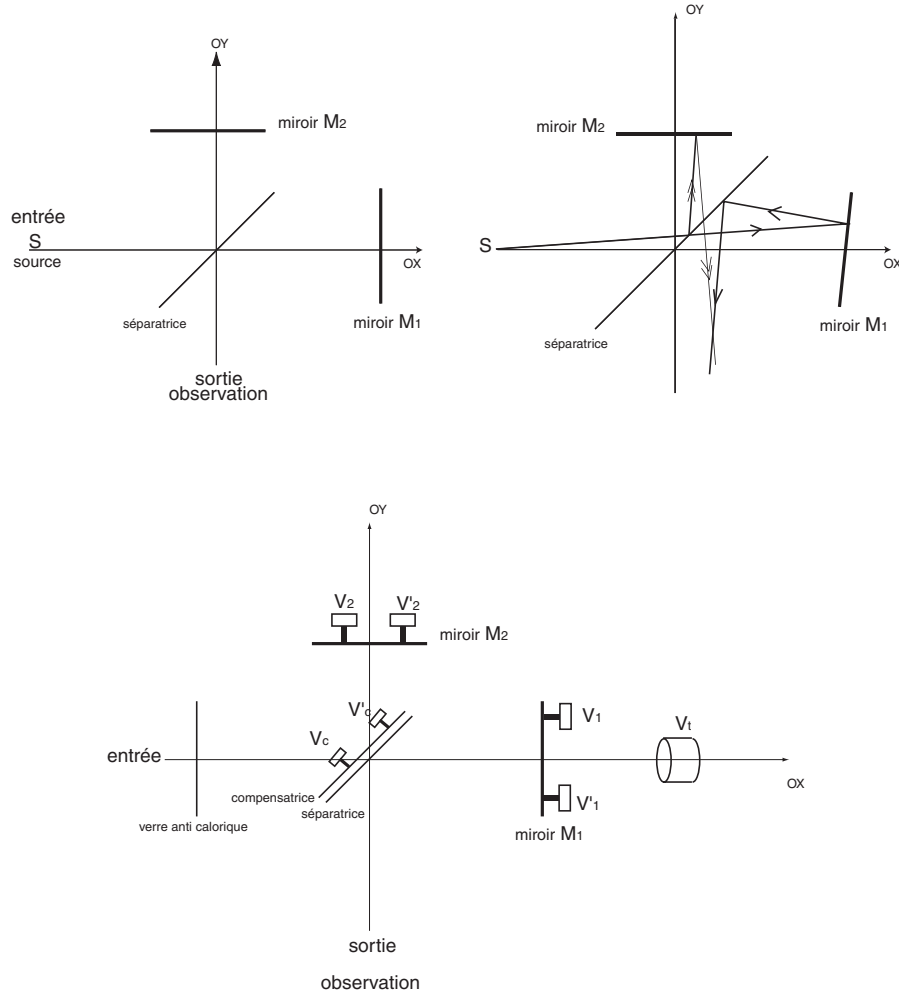
Dispositifs diviseurs d'onde. Source primaire et sources secondaires

Tout se passera comme s'il y avait deux sources secondaires S_1 et S_2 cohérentes entre elles que l'on pourra localiser. On peut calculer le déphasage. $\Phi_{2/1}(M) = \frac{2\pi}{\lambda}((SM)_2 - (SM)_1) = \frac{2\pi}{\lambda}((SS_2) - (SS_1)) + \frac{2\pi}{\lambda}((S_2M) - (S_1M))$.

Il faut distinguer **diviseurs du front d'onde** (miroirs de Fresnel, trous d'Young..) et les **diviseurs d'amplitude** (lames minces, interféromètre de Michelson).

Interféromètre de Michelson

Equivalence à un coin d'air ou lame d'air quelconque



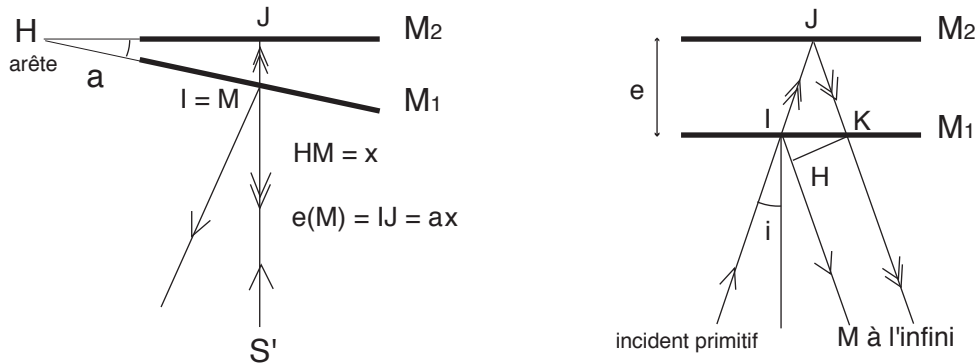
On fait la **symétrie** du miroir M_1 (et de tous les rayons entre la séparatrice et M_1) **par rapport à la séparatrice** ainsi que de la source S (et des rayons situés entre S et la séparatrice). **Cela ne change pas les chemins optiques.**

L'intérêt de cette figure est de montrer l'équivalence de l'interféromètre de Michelson à un coin d'air ou lame d'air quelconque. Cette équivalence va nous être très utile, elle simplifiera les schémas et la compréhension du dispositif. **Tout se passera comme si la source était située en S'** , qu'il n'y avait pas de séparatrice et qu'un coin d'air pouvait réfléchir les rayons lumineux. S' est la source primaire, par les miroir M'_1 et M_2 , on obtient les images virtuelles de S' : S'_1 et S'_2 . **Tout se passe comme si on avait deux sources cohérentes entre elles S'_1 et S'_2 .** Savoir les placer sur le dessin équivalent dans les cas coin d'air et lame d'air.

Franges d'interférences et localisation des franges avec une source étendue, "cohérence spatiale"

Pour une condition particulière aux **diviseurs d'amplitude**, on peut étendre la source tout en gardant un bon contraste sur une surface : la surface de localisation.

La surface de localisation est l'ensemble des points d'intersection des deux émergents correspondants au même incident primitif.



Pour un **Michelson en coin d'air** avec un **éclairage étendu parallèle en incidence quasi normale**, les **franges d'interférences** sont localisées sur le coin d'air. $\delta_{2/1}(M) = 2e(M) \simeq 2\alpha x$ et les franges dites d'égale épaisseur sont parallèles à l'arête du coin d'air et équidistantes. L'interfrange vaut $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$.

Pour un **Michelson en lame d'air à faces parallèles** avec un **éclairage étendu convergent** sur le miroir M_1 , les **franges d'interférences** sont localisées à l'infini. $\delta_{2/1}(M) = 2e \cos i$ et les franges dites d'égale inclinaison sont des anneaux concentriques non équidistants (plus resserrés sur les bords qu'au centre). Le **nombre maximal d'anneaux brillants visibles** est $E(\frac{2e}{\lambda})$.

Appareil réel. TP Cours

Nécessité de la **compensatrice**. La **première étape du réglage** consiste à rendre la compensatrice quasi parallèle à la séparatrice et à rendre les deux miroirs quasi parallèles. Réglages dits géométriques.

La deuxième étape consistera à visualiser les franges du coin d'air, à les agrandir afin de passer à une lame d'air à faces parallèles.

La troisième étape consistera à visualiser les anneaux et à les rendre le plus rond possible, à chercher le contact optique $e = 0$. On pourra effectuer ensuite des mesures.

Expérimentalement, on chariote dans un sens quelconque. Si le nombre d'anneaux augmente et si les anneaux semblent se "produire" au centre tout en se rapprochant les uns des autres alors on s'éloigne du contact optique. En revanche, si le nombre d'anneaux diminue et si les anneaux semblent "disparaître" dans le centre tout en s'écartant les uns des autres alors on se rapproche du contact optique. C'est un test infallible. Au contact optique, il n'y a plus d'anneaux car il n'y a plus d'interférences ($S'_1 = S'_2$) : on observera une teinte uniforme, couleur de la source.

Interférences à deux ondes en lumière polychromatique

On définit la densité spectrale en nombre d'onde ou intensité spectrale $I_{sp}(\sigma) : dI = I_{sp}(\sigma)d\sigma$ pour une bande élémentaire de largeur élémentaire $d\sigma$.

On va raisonner sur cette bande élémentaire émise par la source primaire, le diviseur d'onde va créer deux sources secondaires cohérentes qui vont pouvoir **interférer** et l'intensité élémentaire correspondante au point M d'interférences sera calculée avec la formule de Fresnel.

$$dI(M) = dI_{o1} + dI_{o2} + 2\sqrt{dI_{o1} dI_{o2}} \cos \Phi_{2/1}(M)$$

Pour un diviseur d'onde symétrique, $dI(M) = 2dI_o(1 + \cos \Phi_{2/1}(M))$ car $dI_{o1} = dI_{o2} = dI_o = I_{sp}(\sigma)d\sigma$.

Chaque bande élémentaire est incohérente avec les autres, il faut sommer sur toutes les bandes donc intégrer.

$$I(M) = \int_0^\infty dI(M) = \int_0^\infty 2 I_{sp}(\sigma)(1 + \cos \Phi_{2/1}(M)) d\sigma$$

$\Phi_{2/1}(M) = \phi_o + 2 \pi \sigma \delta_{2/1}(M)$ et pour un milieu non dispersif, $\delta_{2/1}(M)$ est indépendant de σ .

Cas d'un doublet de raies infiniment fines

$$I(M) = 2I_o(1 + \cos 2\pi\sigma_1\delta) + 2I_o(1 + \cos 2\pi\sigma_2\delta)$$

$$I(M) = 4I_o(1 + \cos 2\pi\sigma_{moyen}\delta \cos \pi\Delta\sigma\delta)$$

$\cos 2\pi\sigma_{moyen}\delta$ joue le rôle de terme d'interférences. **Attention**, I_{max} et I_{min} ne sont plus constants, ils dépendent de δ donc le contraste aussi, $C(\delta) = |\cos \pi\Delta\sigma\delta|$.

Il s'annule périodiquement avec une période $\frac{1}{\Delta\sigma}$. Quand le contraste s'annule, il y a **brouillage périodique des franges d'interférences** tandis que $C = 1$ correspond à un renforcement des franges ainsi plus contrastées.

Cas d'une raie rectangulaire

$$I(M) = 2I_{spo}\Delta\sigma(1 + \text{sinc}\pi\delta\Delta\sigma \cos 2\pi\delta\sigma_o)$$

Le terme $\cos 2\pi\delta\sigma_o$ joue le rôle de terme d'interférences tandis que le terme $|\text{sinc} \pi\Delta\sigma\delta|$ joue le rôle de terme de contraste, il s'annule pour $\delta = \frac{1}{\Delta\sigma}$ et décroît ensuite.

On peut admettre et retenir le critère suivant : **pour une source polychromatique s'étendant sur une bande de nombre d'onde $\Delta\sigma$, l'observation de franges d'interférences contrastées ne peut se faire que dans une zone d'extension en $\delta \simeq \frac{1}{\Delta\sigma}$ autour de la frange centrale**, cela correspond à la longueur de cohérence de la source car $\ell_c \simeq c\tau \simeq \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\sigma}$.

Interférences en lumière blanche

Pour la frange centrale $\delta = 0$, toutes les longueurs d'onde vont donner une frange brillante. On observera donc du blanc qu'on appelle **blanc brillant** par opposition au blanc d'ordre supérieur.

On observe, quand δ augmente, des **irisations** de part et d'autre de la frange centrale (une radiation éteinte pour laquelle $p_\lambda = 1/2$). On observe ensuite une espèce de blanc appelé **le blanc d'ordre supérieur** (plusieurs radiations éteintes dans le visible, spectre cannelé).

Diffraction

La diffraction est perceptible pour d de l'ordre de λ à la centaine de λ , d étant une longueur caractéristique des variations spatiales de l'objet. Il faut adapter ce critère à la situation expérimentale.

Une **pupille plane** est un plan qui agit sur les ondes lumineuses. La pupille influe sur l'amplitude mais aussi sur la phase, il convient donc de raisonner en amplitude complexe pour le signal lumineux.

Par définition de la **transparence complexe** d'une pupille : $\underline{a}(P_{sortie}) = \underline{T}(P) \underline{a}(P_{entrée})$ pour tout point P du plan.

Deux pupilles sont dites complémentaires si la somme de leurs transparences est 1 et si leur produit est nul pour tout point P du plan.

Principe d'Huygens Fresnel

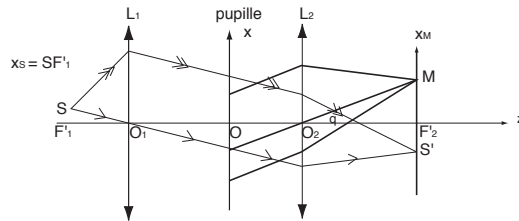
Intéressons-nous à un petit élément de surface dS_P centré au point P. Une onde lumineuse incidente éclaire cet élément de surface qui va la diffracter. On peut supposer que la lumière diffractée, au point P, a une amplitude élémentaire proportionnelle à l'amplitude de l'onde incidente reçue au point P et proportionnelle à dS_P .

En complexes, $d\underline{a}_P = K \underline{a}_i(P) dS_P$.

Principe d'Huygens-Fresnel : tout point d'une pupille éclairée par une onde incidente réemet une ondelette sphérique de même pulsation que l'onde incidente, d'amplitude complexe proportionnelle à celle de l'onde incidente reçue au point P. Tous les points P éclairés étant des **sources secondaires cohérentes**, les infinités d'ondes diffractées par chacun de ces points vont pouvoir interférer.

Diffraction de Fraunhofer : onde incidente plane et diffraction à l'infini

Montage de Fraunhofer : une source, la pupille et deux lentilles convergentes : la première lentille permet d'obtenir une source à l'infini, la seconde lentille permet de ramener le plan de l'infini à distance finie et d'observer sur un écran dans le plan focal image de la lentille .



L'onde incidente est plane de vecteur d'onde $\vec{k}_i = \frac{2\pi n}{\lambda} \vec{u}_i$ et l'onde émergente est plane de vecteur d'onde $\vec{k}_d = \frac{2\pi n}{\lambda} \vec{u}_d$ avec \vec{u}_d .

$$d\underline{a}(M) = K \underline{T}(P) \underline{a}_i(P_{entrée}) dS_P \exp^{-i \vec{k}_d \cdot \vec{PM}}$$

$$d\underline{a}(M) = K \underline{T}(P) \underline{a}_o \exp^{i(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{SP})} \exp^{-i \vec{k}_d \cdot \vec{PM}} dS_P$$

$$\underline{a}_{\text{diffractée}}(M) = \underline{K} \exp^{i\omega t} \int_{\text{pupille}} \underline{T}(P) \exp^{-i(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{OP}} dS_P$$

$$I_{\text{diffractée}}(M) = C \int_{\text{pupille}} \underline{T}(P) \exp^{-i(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{OP}} dS_P \left(\int_{\text{pupille}} \underline{T}(P) \exp^{i(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{OP}} dS_P \right)^*$$

Le plan de la pupille est noté Oxy , le vecteur \vec{OP} a pour coordonnées $(x, y, 0)$ et le point M est repéré par le vecteur $\vec{k} = \vec{k}_i - \vec{k}_d$, de coordonnées k_x et k_y .

$$\underline{a}_{\text{diffractée}}(k_x, k_y) = \underline{K} \exp^{i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{T}(x, y) \exp^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$k_x = -\frac{2\pi n}{\lambda} \left(\frac{x_M - x'_S}{f'_2} \right) = -\frac{2\pi n}{\lambda} (\sin \theta_x - \sin i_x)$$

$$k_y = -\frac{2\pi n}{\lambda} \left(\frac{y_M - y'_S}{f'_2} \right) = -\frac{2\pi n}{\lambda} (\sin \theta_y - \sin i_y)$$

Cette formulation met bien en évidence le rôle joué par l'image géométrique ($k_x = 0, k_y = 0$) de la source.

Si la transparence est réelle, la figure de diffraction est centrée sur l'image géométrique de la source. Si la transparence admet un centre de symétrie alors la figure de diffraction admettra l'image géométrique de la source comme centre de symétrie.

Si la pupille possède un axe de symétrie alors sa figure de diffraction s'organise linéiquement perpendiculairement à cet axe.

Pupille rectangulaire et cas limite de la fente

$I_{\text{diffractée}}(k_x, k_y) = I(0, 0) \text{sinc}(k_x \frac{a}{2})^2 \text{sinc}(k_y \frac{b}{2})^2$ pour une pupille plane rectangulaire de surface ab .

L'**intensité maximale** est obtenue en l'**image géométrique de la source**, les **extensions angulaires de la tache centrale** de diffraction pour un rectangle de surface ab sont $2\frac{\lambda}{a}$ et $2\frac{\lambda}{b}$ selon les deux directions concernées. La **tache centrale** est **deux fois plus grande** que les **taches secondaires**.

Quand on observe à l'infini avec lentille, il suffit de multiplier les angles par la distance focale f'_2 . Quand on observe à l'infini sans lentille, en fait à très grande distance D , il suffit de multiplier les angles par D .

Si $a \ll b$, on obtient une fente dite infiniment fine de direction Oy .

$$I_{\text{diffractée}}(k_x, 0) = I(0, 0) \text{sinc}^2(k_x \frac{a}{2})$$

$$I_{\text{diffractée}}(k_x, k_y) = 0 \text{ si } k_y \neq 0$$

Nous observons sur l'écran une figure de diffraction qui s'étend linéiquement dans une direction perpendiculaire à la direction de la fente. Cela ne diffracte plus dans la direction de la fente car la pupille est de longueur infinie selon Oy c'est à dire de longueur $b \gg \lambda$.

Trou circulaire

La figure de diffraction a la symétrie de révolution autour de l'image géométrique de la source. Le rayon angulaire du premier anneau sombre est $0,61 \frac{\lambda}{R}$ avec R le rayon du trou donc le diamètre de la tache centrale lumineuse est $1,22 \frac{\lambda}{R}$. On appelle la tache centrale la **tache d'Airy**. L'intensité décroît très vite, le premier maximum secondaire ne vaut plus que 1,75% de l'intensité maximale. On dit qu'il y a **apodisation**.

La **figure de diffraction** est **inchangée** par **translation** de la **pupille** dans son plan.

Toute **dilatation** de la **pupille** dans une direction se traduit par une **contraction** de la **figure de diffraction** dans la même direction et toute contraction de la pupille dans une direction se traduit par une dilatation de la figure de diffraction dans la même direction.

Pupille et figure de diffraction forment un bloc pour une rotation autour de l'axe optique. Quand la source S se déplace, l'image géométrique S' se déplace et la figure de diffraction centrée sur S' pour une pupille à transparence réelle se déplace en bloc avec S' .

La figure de diffraction de deux pupilles complémentaires est la même sauf en l'image géométrique de la source.

Dispositif des deux fentes d'Young

Nécessité d'une fente source parallèle aux deux fentes pour obtenir des franges d'interférences sur l'écran.

$$a_{F_2}(k_x, k_y) = \exp^{-i \vec{k} \cdot \overrightarrow{O_1 O_2}} a_{F_1}(k_x, k_y)$$

$$\Phi_{2/1}(M) = \vec{k} \cdot \overrightarrow{O_1 O_2}$$

$$I_{2 \text{ fentes}}(M) = 2I_{1 \text{ fente}}(M)(1 + \cos \Phi_{2/1}(M))$$

Limitation du pouvoir séparateur des instruments d'optique

Critère de Rayleigh : l'écart angulaire des deux images doit être supérieur au rayon angulaire image de la tache de diffraction afin de les séparer soit dans l'espace objet $\alpha > 0,61 \frac{\lambda}{R}$.

Interférences à N ondes cohérentes. Réseaux

Interférences à N ondes cohérentes de même amplitude et de déphasage constant

$$\begin{aligned} a(M, t) &= a_o \exp^{i\omega t} \sum_{n=0}^{N-1} \exp^{in\phi} = a_o \exp^{i\omega t} \frac{1 - \exp^{iN\phi}}{1 - \exp^{i\phi}} \\ &= a_o \exp^{i\omega t} \frac{\exp^{iN\phi/2}}{\exp^{i\phi/2}} \frac{\exp^{-iN\phi/2} - \exp^{iN\phi/2}}{\exp^{-i\phi/2} - \exp^{i\phi/2}} = a_o \exp^{i\omega t} \exp^{i(N-1)\phi/2} \frac{\sin N\phi/2}{\sin \phi/2} \end{aligned}$$

$$I(M) = I_o N^2 \left(\frac{\sin N\phi/2}{N \sin \phi/2} \right)^2 = I_o N^2 R_N^2(\phi/2) = I_o (\text{terme d'interférences à N ondes})^2$$

On définit la fonction réseau par : $R_N(x) = \left(\frac{\sin Nx}{N \sin x} \right)$ avec $x = \phi/2$.

Retenons les **principaux résultats de l'étude de la fonction réseau au carré**.

Quand $x = n\pi$ avec n entier relatif, $R_N^2(x) = 1$, ce sont des maxima principaux.

Elle s'annule $(N - 1)$ fois sur l'intervalle $[0, \pi]$ pour $x = n\frac{\pi}{N}$ avec n entier, $n \in [1, N - 1]$. Il y a $(N - 2)$ maxima secondaires sur l'intervalle $[0, \pi]$, chaque maximum secondaire est situé entre deux annulations.

Retenir que la largeur en x d'un maximum principal est $\frac{2\pi}{N}$.

Qualitativement, les N ondes cohérentes interfèrent au point M. Si deux ondes n et $n + 1$ sont en phase, $\phi(M) = 0$ modulo 2π , alors les N ondes sont en phase et on prévoit un maximum pour l'intensité.

Si $N \gg 1$ et $\phi \neq 0$ modulo 2π , les N ondes qui interféreront auront des phases quelconques les unes par rapport aux autres et l'intensité résultante sera négligeable.

On prévoit donc, sans aucun calcul, qu'il n'y aura de la lumière qu'en les maxima principaux donnés par l'équation $\phi = 0$ modulo 2π si $N \gg 1$.

Dans la pratique $N \gg 1$, les maxima secondaires ont des intensités négligeables donc seuls les maxima principaux sont visibles. Ils sont situés en $\phi(M) = 0$ modulo 2π . La largeur d'un maximum principal est $\frac{4\pi}{N}$.

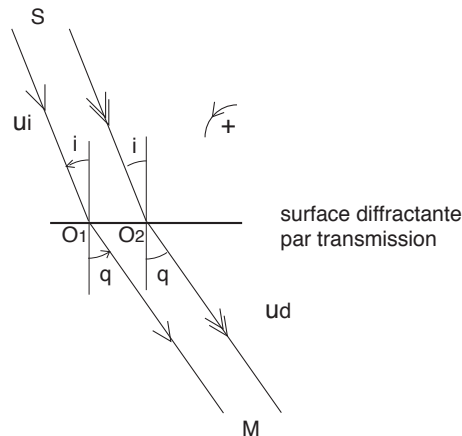
Cas particulier du réseau par transmission

Un réseau est une pupille plane opaque percée de N fentes identiques parallèles équidistantes (en fait, on a gravé N traits fins sur un support, de grande longueur par rapport à leur épaisseur). Les N fentes en diffractant la lumière incidente jouent le rôle de N sources secondaires cohérentes.

Les fentes sont de largeur h , distantes de a . La largeur utile du réseau est Na avec N le nombre de traits éclairés par la source. On appelle a pas du réseau.

$$h \ll a \ll Na$$

$$\frac{\lambda}{h} \gg \frac{\lambda}{a} \gg \frac{\lambda}{Na}$$



$$I_{N \text{ fentes}}(k_x, k_y) = I_{1 \text{ fente}}(k_x, k_y) (\text{terme d'interférences à } N \text{ ondes})^2$$

Pour le réseau par transmission, $\Phi_{2/1}(M) = \vec{k} \cdot \overrightarrow{O_1 O_2} = \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin \theta - \sin i) = p 2\pi$ d'où $a(\sin \theta - \sin i) = p\lambda$ avec p entier, appelé ordre de diffraction.

Cette formule dite des réseaux donne la position en θ des faisceaux diffractés correspondant aux intensités maximales. N.B : θ pour un réseau donné et un faisceau incident donné dépend de p et de λ .

$$\text{Formule des réseaux : } a(\sin \theta_{p,\lambda} - \sin i) = p\lambda \text{ avec } p \text{ entier}$$

Les trois échelles sur la figure de diffraction correspondent respectivement à la diffraction par un trait du réseau $\frac{\lambda}{h}$, l'interfrange angulaire du phénomène d'interférences $\frac{\lambda}{a}$ et la diffraction par tout le réseau $\frac{\lambda}{Na}$.

Spectroscopie

Le réseau est utilisé en TP sur le goniomètre qui est idéal pour avoir un éclairage à l'infini (collimateur) et observer à l'infini (lunette autocollimatrice). On mettra une fente source devant le collimateur en raison de la diffraction linéique des traits fentes du réseau (voir problème des fentes d'Young).

$p = 0$ correspond à l'image géométrique. Pour un réseau donné et une longueur d'onde donnée, nous pouvons observer au maximum $2E(\frac{a}{\lambda}) + 1$ images par diffraction de l'objet.

Le **minimum de déviation** est donné par : $\theta_{min} = -i_{min}$, $D_{min} = -2i_{min}$, $2 \sin \theta_{min} = -2 \sin i_{min} = p\frac{\lambda}{a}$, cette dernière relation prouve qu'à un angle θ_{min} correspond une seule valeur de longueur d'onde pour un ordre p fixé et un réseau donné.

On définit le **pouvoir dispersif** d'un réseau comme $\frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{p}{a \cos \theta}$ à angle d'incidence et ordre fixés.

Retenons que le pouvoir dispersif d'un réseau augmente avec l'ordre et diminue avec le pas du réseau.

On définit le pouvoir de résolution d'un spectroscopie par : $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$.

Deux facteurs limitent le pouvoir de résolution : d'une part la largeur des maxima principaux qui élargissent les raies et d'autre part la largeur de la fente source qui, bien que faible, n'est pas nulle. En pratique, le facteur limitant est la largeur de la fente source.