

plan du cours de magnétostatique

LES COURANTS ÉLECTRIQUES

I) DÉFINITIONS :

1) Notion de courant électrique

2) Vecteur densité volumique de courant électrique :

définition : si ρ_m est la densité volumique de charge mobile et si v est la vitesse des charges mobiles, on appelle vecteur densité volumique de courant électrique : $j = \rho_m v$

définition : une ligne de courant électrique est une ligne tangente en chacun de ses points au vecteur densité volumique de courant électrique

définition : un tube de courant électrique est un ensemble de lignes de courant électrique s'appuyant sur un contour fermé

3) Intensité de courant électrique à travers une surface S:

définition : l'intensité de courant électrique à travers une surface (S) (ouverte ou fermée) est le flux du vecteur densité volumique de courant électrique à travers S (orientée) :

$$I_s = \iint_S j(M) \cdot n(M) dS(M)$$

interprétation physique : l'intensité de courant électrique à travers une surface (S) est la charge traversant par unité de temps la surface (S) orientée

4) Courants de surface :

définition : si le déplacement de charges se fait uniquement à la surface d'un conducteur, si σ_m est la densité surfacique de charge mobile et si v est la vitesse des charges mobiles, on appelle vecteur densité surfacique de courant électrique le vecteur : $j_s = \sigma_m v$

définition : on appelle ligne de courant électrique une ligne tangente en chacun de ses points au vecteur densité surfacique de courant électrique

définition : on appelle ruban de courant électrique un ensemble de lignes de courant électrique coupant une courbe dessinée sur la surface sur laquelle sont localisées les courants surfaciques

définition : l'intensité de courant électrique à travers une courbe (C) dessinée sur la surface S sur laquelle sont localisés les courants surfaciques est :

$$I_C = \int_C j_s(M) \cdot dL(M) \quad \left(\text{où } dL(M) \text{ est contenu dans la surface S et orthogonal à (C) en M} \right)$$

interprétation physique : l'intensité de courant électrique à travers une courbe (C) est la charge traversant par unité de temps la courbe (C) orientée

5) Courants filiformes:

un "courant filiforme" est défini par son intensité dans un fil (C) ; on passe du formalisme de courant volumique au formalisme de courant filiforme en remplaçant formellement $j d\tau$ par $I dl$ (l'orientation de dl est arbitraire, mais I est algébrique, de telle sorte que $I dl$ soit dans le sens du courant réel)

II) CONSERVATION DE LA CHARGE :

1) Equation intégrale de conservation de la charge :

théorème :
$$\iiint_V \frac{\partial \rho(M,t)}{\partial t} d\tau(M) + \iint_{\Sigma_V(\text{entourant } V)} j(P,t) \cdot n(P) dS(P) = 0$$

2) Equation locale de conservation de la charge :

théorème :
$$\text{div}(j) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

3) Conséquences pour les régimes permanents :

définition : un régime est dit permanent ou stationnaire si, et seulement si aucun des champs le définissant ne dépend du temps

théorème : l'équation de conservation de la charge s'écrit, en régime permanent :

1) sous forme intégrale :
$$\iint_{\Sigma} j(P) \cdot n(P) dS(P) = 0$$

(l'intensité du courant électrique sortant d'une surface fermée est nulle)

on dit que j est à flux conservatif

2) sous forme locale :
$$\text{div}(j) = 0$$

théorème: en régime permanent, l'intensité de courant électrique à travers toute section d'un tube de courant électrique est la même

III) LOI DE LAPLACE :

loi : une charge ponctuelle q de vitesse v et placée dans un champ magnétostatique B subit de la part de ce champ B la force de Lorentz : $dF = qv \wedge B$

loi : un élément $d\tau$ de courant volumique de densité volumique de courant j et placé dans un champ magnétostatique B subit de la part de ce champ B la force de Laplace : $dF = j d\tau \wedge B$

loi : un élément dS de courant surfacique de densité surfacique de courant j_s placé dans un champ magnétostatique B subit de la part de ce champ B la force de Laplace : $dF = j_s dS \wedge B$

loi : un élément dl de circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité I et placé dans un champ magnétostatique B subit de la part de ce champ B la force de Laplace : $dF = Idl \wedge B$

remarque : effet Hall

IV) EFFET JOULE :

théorème : la puissance fournie par unité de volume à un milieu conducteur est : $\frac{dP(M)}{d\tau(M)} = j(M) \cdot E(M)$

V) LOI D'OHM LOCALE :

1) Expression générale :

postulat : dans certains conducteurs, dits ohmiques : $j(M) = \gamma(M)E(M)$ où $\gamma(M)$ est un nombre positif dépendant du point, dans le cas général

$\gamma(M)$ est la conductivité du conducteur au point M

$\rho(M) = \frac{1}{\gamma(M)}$ est la résistivité du conducteur au point M

définition : un conducteur idéal est un conducteur qui a une conductivité infinie

conséquence :

- le champ électrique E est nul dans un conducteur quelconque lorsque celui-ci est en équilibre électrostatique, mais il n'est pas nul lorsque le conducteur est parcouru par un courant électrique
- le champ électrique E est nul dans un conducteur idéal, que le conducteur idéal soit en équilibre électrostatique ou parcouru par un courant (c'est-à-dire en « magnétostatique »)

2) Etude de la conductivité d'une solution ionique :

On étudie ici une solution contenant des cations et des anions et soumise à un champ électrique E uniforme. Ecrivons le principe fondamental de la dynamique pour l'ion i , de masse m_i et de charge q_i :

$$q_i E - h_i v_i = m_i a_i$$

où : v_i est la vitesse de l'ion i

$-h_i v_i$ est la force de frottement fluide s'exerçant sur l'ion i

a_i est l'accélération de l'ion i

En régime permanent (très rapidement atteint) : $a_i = 0$ et, donc : $v_i = \frac{q_i}{k_i} E$ (1)

On appelle alors mobilité μ_i de l'ion i la grandeur positive, caractéristique de l'ion i , définie par : $v_i = \pm \mu_i E$ (avec + pour un cation et - pour un anion)

Le vecteur densité volumique de courant électrique vaut alors :

$$j = \sum_{\text{tous les types } i \text{ d'ions}} \rho_i v_i = \sum_{\text{tous les types } i \text{ d'ions}} n_i q_i v_i = \sum_{\text{tous les types } i \text{ d'ions}} [i] N_A Z_i e v_i$$

où : e = charge élémentaire

Z_i = nombre de charge de l'ion

N_A = nombre d'Avogadro

$$\text{donc: } j = \sum_{\text{cations}} [i](N_A e) Z_i \mu_i E + \sum_{\text{anions}} [i](N_A e) (-Z_i) (-\mu_i E) = \sum_{\text{ions}} [i](N_A e) |Z_i| \mu_i E = \sum_{\text{ions}} [i] F |Z_i| \mu_i E$$

$$\text{où : } F = N_A \cdot e = 1 \text{ Faraday} = 96\,500 \text{ C}$$

Par identification avec la loi d'Ohm locale : $j = \gamma E$, on en déduit :

$$\gamma = \sum_{\text{ions}} |Z_i| (\mu_i F) [i] = \sum_{\text{ions}} \lambda_i [i]$$

où : $\lambda_i = |Z_i| \mu_i F$ est la conductivité ionique molaire de l'ion i

VI) LOI D'OHM INTEGRALE :

théorème (loi d'Ohm) : si on considère un tube de courant au sein d'un conducteur ohmique, tube de courant à travers lequel l'intensité électrique est I, alors entre une section 1 où le potentiel électrique est V_1 et une section 2 où le potentiel électrique est V_2 , on a la relation :

$$V_1 - V_2 = R \cdot I \quad \text{où : } R = \int_1^2 \frac{1}{\iint_{\text{section}} \frac{\gamma(P) dS(P)}{dl(P)}} \text{ est la résistance de la portion considérée du}$$

conducteur

R est une constante positive caractéristique du tube de courant

remarque : résistance de fuite d'un condensateur ; la résistance de fuite R d'un condensateur à diélectrique homogène, de conductivité γ et de permittivité diélectrique relative ϵ_r est liée à la capacité de ce condensateur

par la relation :

$$RC = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\gamma}$$