

1. Soit (Γ) l'arc paramétré $(x = t ; y = t^2 ; z = t^3)$ et (Σ) la surface engendrée par la normale au point $M(t)$ de (Γ) qui est parallèle au plan $(z = 0)$.
Déterminer une représentation paramétrique de (Σ) ; étudier l'existence du plan tangent en un point de (Σ) . F5-35
 2. Soit S la surface d'équation cartésienne $z^2 - x^2 - y^2 = 1$. Reconnaitre S .
Soit D la droite d'équations : $(2x + y = 0 , x + z = 0)$; déterminer le contour apparent de S dans la direction de D f5-59
-

3. Soit S une surface d'équation $z = f(x, y)$. Prouver que S est de révolution d'axe Oz si et seulement si en tout point M , la normale en M à S est parallèle ou sécante à Oz . f5-60
 4. Soit (Σ) une surface de classe C^1 et \vec{u} un vecteur non nul. Un arc (Γ) de (Σ) est une hélice de direction \vec{u} si l'angle de \vec{u} et de la tangente à (Γ) en ses points réguliers est constant.
Déterminer les hélices de direction \vec{u}_z sur le parabolôide de révolution $x^2 + y^2 = 2pz$. F4-22
-

5. Un point M décrit une ellipse. La normale en M recoupe l'ellipse en P . Quelle est la longueur minimale de MP ?
Même question avec une parabole. f1-074
6. a, b, R, T étant des constantes réelles strictement positives, on considère la relation

$$(1) \quad P(V - b) \exp\left(\frac{a}{RTV}\right) = RT.$$

Démontrer que (1) définit au voisinage de 0 une fonction $f : P \mapsto PV$. Démontrer que f admet un développement limité d'ordre 1 en 0 et déterminer ce développement limité.

Soit (C) la courbe représentative de f . Déterminer sa tangente au point d'abscisse 0.

Déterminer (V_c, P_c, T_c) tel que, si $T = T_c$, le relation (1) définisse au voisinage de V_c une fonction $g : V \mapsto P$ de classe C^2 telle que $g'(V_c) = g''(V_c) = 0$. e1-30

7. Prouver que la courbe $(\Gamma) : \left(x = \frac{1}{1+t}; y = \frac{t-3}{t^2-1}; z = \frac{4}{t-1}\right)$ est une hyperbole. Déterminer son plan, son centre, ses asymptotes, ses axes. f4-25
8. Soit S la surface d'équation $x^2 - y^2 + z^2 = 1$; déterminer l'ensemble des points de S où le plan tangent est parallèle au plan d'équation $2x + y - z = 0$. CCP f5-003
9. Soit la surface paramétrée $(\Sigma) x = u + \frac{1}{u}; y = v + \frac{1}{v}; z = \frac{u}{v} + \frac{v}{u}$. Décrire les courbes coordonnées de (Σ) . Déterminer son contour apparent dans la direction de l'axe O, \vec{u}_z . f5-26