

Fiche 4 : géométrie

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

- Calculer les coordonnées du centre, le rayon et une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC avec $A(-5, 2), B(3, -2), C(0, 7)$.
- Montrer que la droite d'équation $4x + 3y - 31 = 0$ est tangente à ce cercle.

Exercice 2

On considère des droites non coplanaires D passant par A et dirigée par \vec{u} et D' passant par B et dirigée par \vec{v} .

Soient $\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$, P le plan passant par A , dirigé par \vec{u} et \vec{w} , P' le plan passant par B , dirigé par \vec{v} et \vec{w} , $\Delta = P \cap P'$.

Montrer que Δ est la perpendiculaire commune à D et D' .

Application : $A(1, -1, 0), B(2, 0, 1), \vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

- Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires.
- Soient $H = D \cap \Delta$ et $H' = D' \cap \Delta$. Calculer les coordonnées de H et H' .
- En déduire la distance de D à D' .
- Déterminer directement la distance de D à D' sans passer par H et H' .

Exercice 3

Soit $ABCD$ un quadrilatère. On construit les triangles équilatéraux ABE, BCF, CDG, DAH tels que :

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = \frac{\pi}{3}; (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BF}) = -\frac{\pi}{3}; (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CG}) = \frac{\pi}{3}; (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DH}) = -\frac{\pi}{3}.$$

Démontrer, à l'aide des nombres complexes, que $EFGH$ est un parallélogramme.

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormé on considère la droite D d'équation $x - y = 0$ et les points $A(3, 3)$ et $B(1, -1)$. Déterminer une équation du cercle passant par A et B et tangent à la droite D .