

Réponses et Indications (Systèmes linéaires)

Exercice 1

- 1) Il n'existe pas de polynôme de degré 2 vérifiant les conditions.
- 2) $P(X) = \frac{1}{3}(X^3 + X^2 - 2X + 3)$.

Exercice 2

$$P(X) = (X+1)(X-1)^2(2X+3) = 2X^4 + X^3 - 5X^2 - X + 3.$$

Exercice 3 (d'après ISG 1998)

- 1)
$$\begin{cases} y_1 = x_1 + x_2 + x_3 \\ y_2 = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ y_3 = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \end{cases}$$
- 2) $x_1 = 521, x_2 = 304$ et $x_3 = 410$.

Exercice 4

Le système équivaut à :
$$\begin{cases} x + my + z = m - 1 \\ -y + z = -4 \\ -m(m+1)y = 2 + m - m^2 \end{cases}$$

Si $m \neq 0$ et $m \neq -1$: $S = \left\{ \left(\frac{4m+2}{m}, \frac{m-2}{m}, -\frac{3m+2}{m} \right) \right\}$.

Si $m = 0$: $S = \emptyset$. Si $m = -1$: $S = \{(2, y, y-4) / y \in \mathbb{R}\}$.

Exercice 5

Le système équivaut à :
$$\begin{cases} x + y + (4-m)z = 0 \\ (3-m)y + (3-m)z = 0 \\ (3-m)(m-1)z = 0 \end{cases}$$

- 1) La solution $(0,0,0)$ est unique si et seulement si $m \neq 1$ et $m \neq 3$.
- 2) Si $m = 1$: $S = \{(-2z, -z, z) / z \in \mathbb{R}\}$.
Si $m = 3$: $S = \{(x, y, -x-y) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$.

Exercice 6

Le système équivaut à :
$$\begin{cases} x + y + (2-\lambda)z = 0 \\ (1-\lambda)y + (\lambda-1)z = 0 \\ (4-\lambda)(\lambda-1)z = 0 \end{cases}$$

Si $\lambda \neq 1$ et $\lambda \neq 4$: $S = \{(0,0,0)\}$.

Si $\lambda = 1$: $S = \{(x, y, -x-y) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$.

Si $\lambda = 4$: $S = \{(x, x, x) / x \in \mathbb{R}\}$.