SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES

Exercice 1

1) Déterminer tous les polynômes P de degré 2 qui vérifient : $P(1) = P(-2) = 1$, $P'(1) = 1$ et $P'(-2) = 2$.
2) Reprendre la question précédente avec les polynômes P de degré 3.

Exercice 2

Déterminer tous les polynômes P de degré 4 qui admettent (-1) comme racine et qui vérifient : $P(1) = P'(1) = 0$, $P(2) = 21$ et $P(-2) = 9$.

Le polynôme sera donné sous forme factorisée et sous forme développée.

Exercice 3 (d'après ISG 1998)

Dans l'atelier du Père Noël, tout le monde travaille fiévreusement ! Et il n'est pas question de faire du gâchis ! Tous les stocks de matières premières doivent être utilisés au mieux ! Par exemple, pour fabriquer certains jouets électroniques, on utilise des composants C_1, C_2 et C_3 :

- La fabrication d'un jouet J_1 nécessite un composant C_1, deux composants C_2 et deux composants C_3.
- Celle d'un jouet J_2 nécessite un composant C_1, trois composants C_2 et deux composants C_3.
- Enfin pour un jouet J_3 il faut un composant C_1, cinq composants C_2 et trois composants C_3.

On note y_1, y_2 et y_3 les nombres de composants C_1, C_2 et C_3 nécessaires à la fabrication de x_1 jouets J_1, x_2 jouets J_2 et x_3 jouets J_3.

1) Exprimer y_1, y_2 et y_3 en fonction de x_1, x_2 et x_3. On précisera le raisonnement.
2) On suppose que l'atelier dispose d'un stock de 1235 composants C_1, 4004 composants C_2 et de 2880 composants C_3. Calculer les quantités x_1, x_2 et x_3 de jouets J_1, J_2 et J_3 dont la fabrication provoquera l'épuisement total du stock.

Exercice 4

Résoudre et discuter selon les valeurs du paramètre réel m le système suivant :

$$\begin{cases} (m+1)x + y + mz = m+5 \\ x + (m-1)y + 2z = m-5 \\ x + my + z = m-1 \end{cases}$$

Exercice 5

Soit m un paramètre réel. On considère le système (1) : $\begin{cases} (1-m)x - 2y - 2z = 0 \\ -x + (2-m)y - z = 0 \\ x + y + (4-m)z = 0 \end{cases}$.

1) Ce système admet évidemment la solution $(0,0,0)$. Pour quelles valeurs de m cette solution est-elle unique ?
2) Pour les autres valeurs de m déterminer l'ensemble des solutions du système.

Exercice 6

Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre réel λ le système :

$$\begin{cases} (2-\lambda)x + y + z = 0 \\ x + (2-\lambda)y + z = 0 \\ x + y + (2-\lambda)z = 0 \end{cases}.$$