

Théorie des nombres [th01] - Utilitaires

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel

sciel

algotprog

UNIVERSITÉ
HAUTE-ALSACE

Version 22 mai 2018

Table des matières

1	Utilitaires Théorie des nombres	2
1.1	Fonction miroir (renversé d'un entier)	2
1.2	Fonction nchiffres (nombre de chiffres)	2
1.3	Fonction palindromique (prédicat de palindromie)	3
1.4	Fonction persistance (persistance d'un entier)	3
1.5	Fonction poidsAmis (prédicat de même poids)	4
1.6	Fonction produitChiffres (produit des chiffres)	4
1.7	Fonction sommeChiffres (somme des chiffres)	4
1.8	Opérations de base (sur un entier)	4

C - Utilitaires Théorie des nombres (TP)



Mots-Clés Théorie des nombres ■

Requis Axiomatique impérative sauf Fichiers ■



Objectif

Ce module contient un ensemble d'utilitaires de « Théorie des nombres » sous forme de problèmes externalisés.

1 Utilitaires Théorie des nombres

1.1 Fonction miroir (renversé d'un entier)



Définition

Le **renversé d'un entier** (dit aussi **miroir**) est la lecture de la gauche vers la droite de ses chiffres. Exemples :

- Le renversé de 2035 est 5302.
- Celui de 8954070 est 704598.
- Et celui de 14500 est 541.



Comment réaliser cette opération pour un entier n ?
Prenez par exemple 12306.

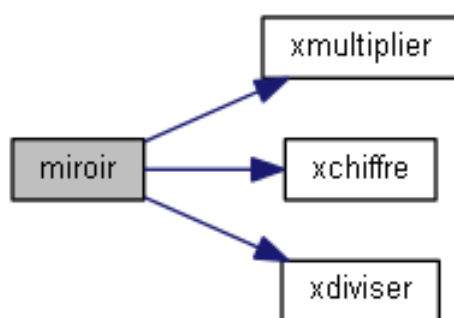
Aide méthodologique

Le tableau ci-dessous montre la méthode pour l'exemple :

Valeurs successives de l'entier n	Restes successifs	Miroirs successifs
12306	6	6
1230	0	60
123	3	603
12	2	6032
1	1	60321



Écrivez une fonction `miroir(n)` qui calcule et renvoie le renversé d'un entier n (supposé positif).



1.2 Fonction nchiffres (nombre de chiffres)



Écrivez une fonction `nchiffres(n)` qui calcule et renvoie le nombre de chiffres d'un entier n (supposé strictement positif). Exemples :

```
nchiffres(2613609) ==> 7
nchiffres(10000) ==> 5
```



Modifiez votre fonction de sorte qu'elle renvoie le nombre de chiffres d'un entier n positif ou nul, c.-à-d. :

```
nchiffres(0) ==> 1
```

1.3 Fonction palindromique (prédicat de palindromie)



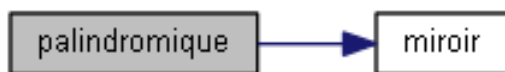
Définition

Un **entier** est dit **palindromique** s'il est égal à son renversé.

Exemple : Les entiers 12021, 134431 et 1047401 sont palindromiques.



Écrivez une fonction `palindromique(n)` qui teste et renvoie **Vrai** si un entier n (supposé positif) est palindromique, **Faux** sinon.



1.4 Fonction persistance (persistance d'un entier)



Définition

La **persistance d'un entier** positif est le nombre d'itérations nécessaires jusqu'à réduire le produit de ses chiffres à un seul chiffre.

Exemple : La persistance de 6788 vaut 6 car :

1. $6 \times 7 \times 8 \times 8 = 2688$
2. $2 \times 6 \times 8 \times 8 = 768$
3. $7 \times 6 \times 8 = 336$
4. $3 \times 3 \times 6 = 54$
5. $5 \times 4 = 20$
6. $2 \times 0 = 0$

Il a fallu six étapes pour sa réduction à un entier compris entre 0 et 9.



Écrivez une fonction `persistance(n)` qui calcule et renvoie la persistance d'un entier n (supposé positif).



1.5 Fonction poidsAmis (prédicat de même poids)



Définition

Deux entiers a et b ont **même poids** si la somme de leurs chiffres est identique.
Exemple : 24 et 11121 ont même poids, la somme des chiffres étant 6.



Écrivez une fonction `poidsAmis(a,b)` qui teste et renvoie `Vrai` si deux entiers a et b (supposés positifs) ont même poids, `Faux` sinon.

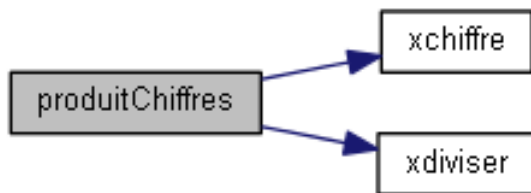


1.6 Fonction produitChiffres (produit des chiffres)



Écrivez une fonction `produitChiffres(n)` qui calcule et renvoie le produit des chiffres d'un entier n (supposé positif). Exemple :

```
produitChiffres(82419) ==> 9*1*4*2*8 = 576
```

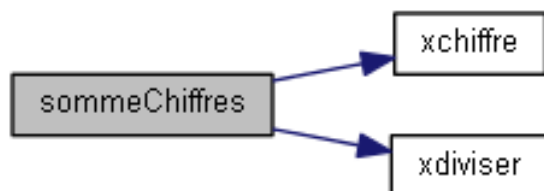


1.7 Fonction sommeChiffres (somme des chiffres)



Écrivez une fonction `sommeChiffres(n)` qui calcule et renvoie la somme des chiffres d'un entier n (supposé positif). Exemple :

```
sommeChiffres(213609) ==> 9+0+6+3+1+2 = 21
```



1.8 Opérations de base (sur un entier)

Terminologie

Dans le système décimal, un entier naturel N est représenté par une séquence de **chiffres**

$a_n a_{n-1} \cdots a_k \cdots a_0$ dont la valeur est :

$$\begin{aligned} N &= a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10 + a_0 \\ &= \sum_{k=0}^n a_k \times 10^k \end{aligned}$$

avec $0 \leq a_k < 10$, $0 \leq k \leq n$ et $a_n \neq 0$. L'entier a_0 est appelé le **chiffre de poids faible** de N et a_n son **chiffre de poids fort**.

Exemple

Pour $N = 8107$:

- $n = 3$, $a_3 = 8$, $a_2 = 1$, $a_1 = 0$, $a_0 = 7$
- $N = 8 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 8000 + 100 + 7$
- 7 est le chiffre de poids faible de N
- 8 est le chiffre de poids fort de N



Associez chacun des éléments (à gauche) à son opération (à droite).

Etiquette	Cible
Décale les chiffres d'un entier vers la gauche d'une position Exemples : 30129 ==> 301290 et 210 ==> 2100	Par le modulo 10
Chiffre de poids faible d'un entier Exemples : 30129 ==> 9 et 210 ==> 0	En le divisant par 10
Décale les chiffres d'un entier vers la droite d'une position Exemples : 30129 ==> 3012 et 210 ==> 21	En le multipliant par 10