

# Théorie des nombres [th01] - Utilitaires

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel

sciel

algotprog

UNIVERSITÉ  
HAUTE-ALSACE

Version 22 mai 2018

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Utilitaires Théorie des nombres</b>	<b>2</b>
1.1	Fonction miroir (renversé d'un entier) . . . . .	2
1.2	Fonction nchiffres (nombre de chiffres) . . . . .	2
1.3	Fonction palindromique (prédicat de palindromie) . . . . .	3
1.4	Fonction persistance (persistance d'un entier) . . . . .	3
1.5	Fonction poidsAmis (prédicat de même poids) . . . . .	4
1.6	Fonction produitChiffres (produit des chiffres) . . . . .	4
1.7	Fonction sommeChiffres (somme des chiffres) . . . . .	4
1.8	Opérations de base (sur un entier) . . . . .	4

## alg - Utilitaires Théorie des nombres (TD)



**Mots-Clés** Théorie des nombres ■

**Requis** Axiomatique impérative sauf Fichiers ■



### Objectif

Ce module contient un ensemble d'utilitaires de « Théorie des nombres » sous forme de problèmes externalisés.

# 1 Utilitaires Théorie des nombres

## 1.1 Fonction miroir (renversé d'un entier)



### Définition

Le **renversé d'un entier** (dit aussi **miroir**) est la lecture de la gauche vers la droite de ses chiffres. Exemples :

- Le renversé de 2035 est 5302.
- Celui de 8954070 est 704598.
- Et celui de 14500 est 541.



Comment réaliser cette opération pour un entier  $n$  ?  
Prenez par exemple 12306.

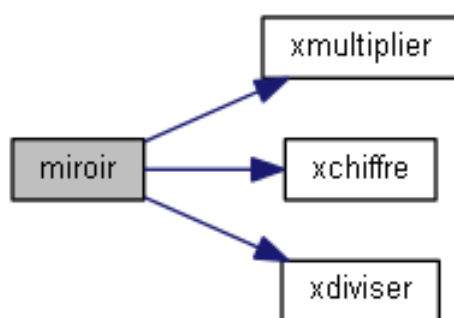
### Aide méthodologique

Le tableau ci-dessous montre la méthode pour l'exemple :

Valeurs successives de l'entier $n$	Restes successifs	Miroirs successifs
12306	6	6
1230	0	60
123	3	603
12	2	6032
1	1	60321



Écrivez une fonction `miroir(n)` qui calcule et renvoie le renversé d'un entier  $n$  (supposé positif).



## 1.2 Fonction nchiffres (nombre de chiffres)



Écrivez une fonction `nchiffres(n)` qui calcule et renvoie le nombre de chiffres d'un entier  $n$  (supposé strictement positif). Exemples :

```
nchiffres(2613609) ==> 7
nchiffres(10000) ==> 5
```



Modifiez votre fonction de sorte qu'elle renvoie le nombre de chiffres d'un entier  $n$  positif ou nul, c.-à-d. :

```
nchiffres(0) ==> 1
```

### 1.3 Fonction palindromique (prédicat de palindromie)



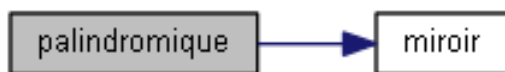
#### Définition

Un **entier** est dit **palindromique** s'il est égal à son renversé.

Exemple : Les entiers 12021, 134431 et 1047401 sont palindromiques.



Écrivez une fonction `palindromique(n)` qui teste et renvoie **Vrai** si un entier  $n$  (supposé positif) est palindromique, **Faux** sinon.



### 1.4 Fonction persistance (persistance d'un entier)



#### Définition

La **persistance d'un entier** positif est le nombre d'itérations nécessaires jusqu'à réduire le produit de ses chiffres à un seul chiffre.

Exemple : La persistance de 6788 vaut 6 car :

$$1. 6 \times 7 \times 8 \times 8 = 2688$$

$$2. 2 \times 6 \times 8 \times 8 = 768$$

$$3. 7 \times 6 \times 8 = 336$$

$$4. 3 \times 3 \times 6 = 54$$

$$5. 5 \times 4 = 20$$

$$6. 2 \times 0 = 0$$

Il a fallu six étapes pour sa réduction à un entier compris entre 0 et 9.



Écrivez une fonction `persistance(n)` qui calcule et renvoie la persistance d'un entier  $n$  (supposé positif).



## 1.5 Fonction poidsAmis (prédicat de même poids)



### Définition

Deux entiers  $a$  et  $b$  ont **même poids** si la somme de leurs chiffres est identique.  
Exemple : 24 et 11121 ont même poids, la somme des chiffres étant 6.



Écrivez une fonction `poidsAmis(a,b)` qui teste et renvoie `Vrai` si deux entiers  $a$  et  $b$  (supposés positifs) ont même poids, `Faux` sinon.

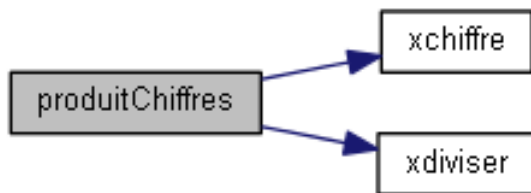


## 1.6 Fonction produitChiffres (produit des chiffres)



Écrivez une fonction `produitChiffres(n)` qui calcule et renvoie le produit des chiffres d'un entier  $n$  (supposé positif). Exemple :

```
produitChiffres(82419) ==> 9*1*4*2*8 = 576
```

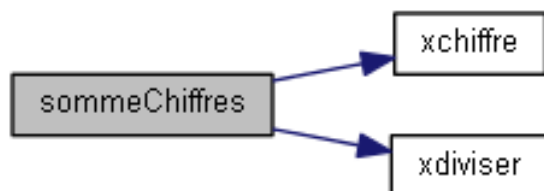


## 1.7 Fonction sommeChiffres (somme des chiffres)



Écrivez une fonction `sommeChiffres(n)` qui calcule et renvoie la somme des chiffres d'un entier  $n$  (supposé positif). Exemple :

```
sommeChiffres(213609) ==> 9+0+6+3+1+2 = 21
```



## 1.8 Opérations de base (sur un entier)

### Terminologie

Dans le système décimal, un entier naturel  $N$  est représenté par une séquence de **chiffres**

$a_n a_{n-1} \cdots a_k \cdots a_0$  dont la valeur est :

$$\begin{aligned} N &= a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10 + a_0 \\ &= \sum_{k=0}^n a_k \times 10^k \end{aligned}$$

avec  $0 \leq a_k < 10$ ,  $0 \leq k \leq n$  et  $a_n \neq 0$ . L'entier  $a_0$  est appelé le **chiffre de poids faible** de  $N$  et  $a_n$  son **chiffre de poids fort**.

### Exemple

Pour  $N = 8107$  :

- $n = 3$ ,  $a_3 = 8$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_0 = 7$
- $N = 8 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 8000 + 100 + 7$
- 7 est le chiffre de poids faible de  $N$
- 8 est le chiffre de poids fort de  $N$



Associez chacun des éléments (à gauche) à son opération (à droite).

Etiquette	Cible
Décale les chiffres d'un entier vers la gauche d'une position Exemples : 30129 ==> 301290 et 210 ==> 2100	Par le modulo 10
Chiffre de poids faible d'un entier Exemples : 30129 ==> 9 et 210 ==> 0	En le divisant par 10
Décale les chiffres d'un entier vers la droite d'une position Exemples : 30129 ==> 3012 et 210 ==> 21	En le multipliant par 10