Algorithmes de carrés magiques [tb04]
Exercice résolu

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel algoprog Version 19 mai 2018

Table des matières

1 Algorithmes de construction / pgcmagique **2**
1.1 Représentation du Carré 2
1.2 Utilitaires 2
1.3 Premier algorithme 3
1.4 Autre algorithme 6
1.5 Troisième algorithme 8

2 Références générales **8**

alg - Algorithmes de construction (Solution)

Mots-Clés Tableau multidimensionnel, Carré magique ■
Requis Structures de base, Structures conditionnelles, Algorithmes paramétrés, Structures répétitives, Schéma itératif, Tableaux ■
Difficulté ●●○ (1 h) ■

Objectif
Cet exercice réalise des algorithmes de construction de carrés magiques d'ordre impair n.

1 Algorithmes de construction / pgcmagique

1.1 Représentation du Carré

Définissez la constante `TMAX=100` (nombre maximal de cases d'un tableau), le type `ITableau` comme étant un tableau de `TMAX` entiers ainsi que le type `TCarre` comme étant équivalent au type `ITableau`.

Validez vos définitions avec la solution.

Solution alg @[pgcmagique.alg]

Soient :

- La fonction `evalCase(t,j,k,n)` qui renvoie la valeur de l'élément en `(j,k)` d'un `ITableau t` de `n` colonnes.
- La procédure `fixerCase(t,j,k,n,valeur)` qui fixe l'élément en `(j,k)` d'un `ITableau t` de `n` colonnes à la valeur `valeur`.

Attention, les indices sont numérotés à partir de 1.

1.2 Utilitaires

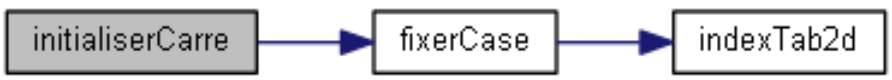
Écrivez une fonction `saisirOrdreCarre(nmax)` qui renvoie un entier, saisi par l'utilisateur, entier qui doit être impair, supérieur à 1 et tel que `n^2` soit inférieur ou égal à `nmax` (entier). Affichez l'invite :

```
Ordre impair du carré?
```

Validez votre fonction avec la solution.

Solution alg @[pgcmagique.alg]

Écrivez une procédure `initialiserCarre(t,n)` qui initialise à zéro chacun des éléments d'un `ITableau t` d'ordre `n`.



Validez votre procédure avec la solution.

Solution alg @[UtilsTM.alg]

```
Action initialiserCarre ( DR t : Entier [ NMAX ] ; n : Entier )
Variable ix , jx : Entier
Début
  |  Pour ix <- 1 à n Faire
  |    |  Pour jx <- 1 à n Faire
  |    |    |  fixerCase ( t , ix , jx , n , 0 )
  |    |  FinPour
  |  FinPour
Fin
```

1.3 Premier algorithme

L'algorithme ci-après ne fonctionne que si n est **impair**.

Algorithme

Il place les nombres dans l'ordre $1, 2, ..., n^2$.

- Placez un 1 au milieu de la première ligne.
- Après avoir placé k dans le carré en (i, j), placez $k + 1$ dans le carré à droite et vers le haut, en défilant au-delà des bordures, c.-à-d. que si la case dépasse la première ligne (resp. la dernière colonne), la case sélectionnée est celle en dernière ligne (resp. en première colonne). En cas d'occupation d'une case, la case suivante est recalculée sous la case courante. Par construction, on démontre que cette case n'est pas occupée.

Exemple

Voici le carré d'ordre 3 obtenu à l'aide de cette méthode.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Déroulez l'algorithme sur le carré d'ordre 3 et vérifiez que vous obtenez celui de l'exemple.

Solution simple

Voici le déroulement de l'algorithme avec les placements :

2a

	1	
		2b

3a

	1/4a	6
3b	5	7e
4b/7d	2	

7a, 8a, 7b,c

8b	1	6
3	5	7
4	9b	2

9a

Commentaires

(1) On place le nombre dans la case vide. (2a) La ligne est hors du carré : (2b) on repositionne le nombre sur la dernière ligne. (3a) La colonne est hors du carré : (3b) on le repositionne sur la première colonne. (4a) La case est occupée : on place le nombre sous la case courante. (5) On place le nombre dans la case vide. (6) On place le nombre dans la case vide. (7a) La ligne est hors du carré : (7b) on le repositionne sur la dernière ligne. (7c) La colonne est hors du carré : (7d) on le repositionne sur la première colonne ; la case est occupée par le nombre 4 : (7e) on place le nombre sous la case courante. (8a) La colonne est hors du carré : (8b) on le repositionne sur la première colonne. (9a) La ligne est hors du carré : (9b) on le repositionne sur la dernière ligne. FIN Tous les nombres de 1 à 9 ont été placés.

Écrivez une fonction `suivant(k,n)` qui renvoie le suivant de l'entier `k` dans l'ensemble circulaire `[1..n]`.

De même, écrivez une fonction `precedent(k,n)` qui renvoie le précédent de l'entier `k` dans l'ensemble circulaire `[1..n]`.

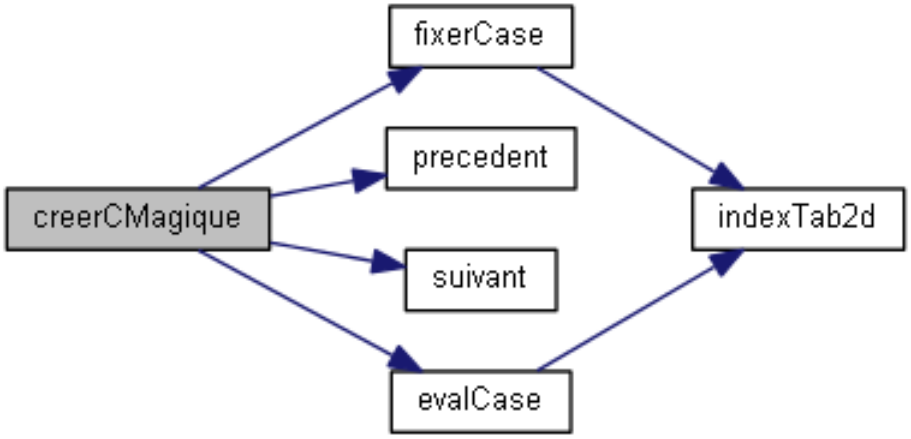
Validez vos fonctions avec la solution.

Solution alg @[UtilsCMagique.alg]

```
Fonction suivant ( k : Entier ; n : Entier ) : Entier
Variable rs : Entier
Début
  |  rs <- k + 1
  |  Si ( rs > n ) Alors
  |    |  rs <- 1
  |  FinSi
  |  Retourner ( rs )
Fin
```

```
Fonction precedent ( k : Entier ; n : Entier ) : Entier
Variable rs : Entier
Début
  |  rs <- k - 1
  |  Si ( rs < 1 ) Alors
  |    |  rs <- n
  |  FinSi
  |  Retourner ( rs )
Fin
```

Écrivez alors une procédure `creerCMagique1(c,n)` qui crée le carré magique d'ordre `n` dans un `TCarre c` selon l'algorithme ci-dessus.



Validez votre procédure avec la solution.

Solution alg @[UtilsCMagique.alg]

```
Action creerCMagique1 ( DR t : Entier [ NMAX ] ; n : Entier )
Variable val : Entier
Variable ix , jx : Entier
Variable isucc , jsucc : Entier
Variable nxn : Entier
Début
  |  nxn <- n * n
  |  ix <- 1
  |  jx <- DivEnt ( n , 2 ) + 1
  |  fixerCase ( t , ix , jx , n , 1 )
  |  Pour val <- 2 à nxn Faire
  |     |  isucc <- precedent ( ix , n )
  |     |  jsucc <- suivant ( jx , n )
  |     |  Si ( evalCase ( t , isucc , jsucc , n ) = 0 ) Alors
  |     |     |  ix <- isucc
  |     |     |  jx <- jsucc
  |     |  Sinon
  |     |     |  ix <- suivant ( ix, n )
  |     |     |  jx <- precedent ( jsucc , n )
  |     |  FinSi
  |     |  fixerCase ( t , ix , jx , n , val )
  |  FinPour
Fin
```

Écrivez un algorithme de sorte qu'il :

- Saisit l'ordre du carré dans un entier (par exemple `n`).
- Déclare un `TCarre` (par exemple `c`).
- Construit le `TCarre` magique d'ordre `n` dans `c`.
- Enfin affiche `c`.

Testez. Exemples d'exécution :

```
Ordre impair du carré? 3
  8  1  6
  3  5  7
  4  9  2
```

```
Ordre impair du carré? 5
 17 24  1  8 15
 23  5  7 14 16
  4  6 13 20 22
 10 12 19 21  3
 11 18 25  2  9
```

1.4 Autre algorithme

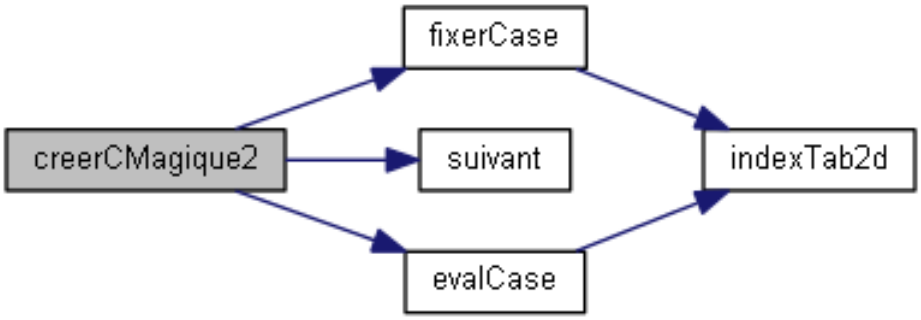
Voici un autre algorithme de construction selon le même principe.

Algorithme

Il place les nombres dans l'ordre $1, 2, ..., n^2$.

- Placez le 1 dans la case située une ligne en dessous de la case centrale.
- Après avoir placé k dans une case de coordonnées (i, j), placez $k + 1$ dans la case $(\ell, c) = (i + 1, j + 1)$, en défilant au-delà des bordures, c.-à-d. que si la case dépasse la dernière ligne (resp. la dernière colonne), la case sélectionnée est celle en première ligne (resp. en première colonne). En cas d'occupation d'une case, la case suivante est $(\ell, c) = (i + 2, j)$. Par construction, on démontre que cette case n'est pas occupée.

Écrivez une procédure `creerCMagique2(c,n)` qui crée le carré magique d'ordre `n` dans un `TCarre c` selon cet algorithme.



Validez votre procédure avec la solution.

Solution alg @[UtilsCMagique.alg]

```
Action creerCMagique2 ( DR t : Entier [ NMAX ] ; n : Entier )
Variable val : Entier
Variable ix , jx : Entier
Variable isucc , jsucc : Entier
Variable nxn : Entier
Début
  |  nxn <- n * n
  |  ix <- DivEnt ( n + 1 , 2 ) + 1
  |  jx <- DivEnt ( n + 1 , 2 )
  |  fixerCase ( t , ix , jx , n , 1 )
  |  Pour val <- 2 à nxn Faire
  |    |  isucc <- suivant ( ix , n )
  |    |  jsucc <- suivant ( jx , n )
  |    |  Si ( evalCase ( t , isucc , jsucc , n ) = 0 ) Alors
  |    |    |  ix <- isucc
  |    |    |  jx <- jsucc
  |    |  Sinon
  |    |    |  ix <- suivant ( isucc , n )
  |    |    |  jx <- precedent ( jsucc , n )
  |    |  FinSi
  |    |  fixerCase ( t , ix , jx , n , val )
  |  FinPour
Fin
```

Modifiez l'appel en celui de `creerCMagique2(c,n)` dans votre algorithme.

Testez. Exemple d'exécution :

```
Ordre impair du carré? 5
11 24  7 20  3
 4 12 25  8 16
17  5 13 21  9
10 18  1 14 22
23  6 19  2 15
```

Validez votre algorithme avec la solution.

Solution alg @[pgcmagique.alg]

```
/**
  Représente un Carré
*/

using TCarre = ITableau;
```

```
#include "UtilsTM.cpp"

/**
  Saisit l'ordre (impair) d'un TCarre
  @param[in] nmax - nombre maximum de cellules du TCarre
  @return l'ordre impair du TCarre
```

```
*/

int saisirOrdreCarre(int nmax)
```

```
/**
  Taille maximale du tableau
*/

const int TMAX = 100;

/**
  Tableau d'entiers
*/
```

1.5 Troisième algorithme

Enfin voici un troisième algorithme qui est similaire à @[Autre algorithme].

Algorithme
Il place les nombres dans l'ordre $1, 2, ..., n^2$.

- Placez le 1 dans la case située une ligne en-dessous de la case centrale.
- Après avoir placé k dans une case de coordonnées (i, j), placez $k+1$ dans la case $(\ell, c) = (i+1, j+1)$, en défilant au-delà des bordures, c.-à-d. que si la case dépasse la dernière ligne (resp. la dernière colonne), la case sélectionnée est celle en première ligne (resp. en première colonne). **En cas d'occupation d'une case, on essaie alors répétitivement de placer le nombre en** $(\ell+1, c-1)$, toujours en défilant au-delà des bordures.

2 Références générales

Comprend [Maunoury-AL1 :c8 :ex12] ■