

La suite de Syracuse [it06] - Exercice

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel  algoprog  Version 17 mai 2018

Table des matières

1	La suite de Syracuse / pgsyracuse	2
1.1	Présentation du problème	2
1.2	Termes de la suite	3
1.3	Nombre de termes	3
1.4	Plus grand terme	4
2	Références générales	5

C++ - La suite de Syracuse (Solution)



Mots-Clés Schéma itératif, Suite de Syracuse ■

Requis Structures de base, Structures conditionnelles, Structures répétitives ■

Difficulté ●●○ (25 min) ■



Objectif

Cet exercice propose quelques problèmes autour de la suite de SYRACUSE.



<http://images.math.cnrs.fr/Le-probleme-3n-1-elementaire-mais.html>

1 La suite de Syracuse / pgsyracuse

1.1 Présentation du problème



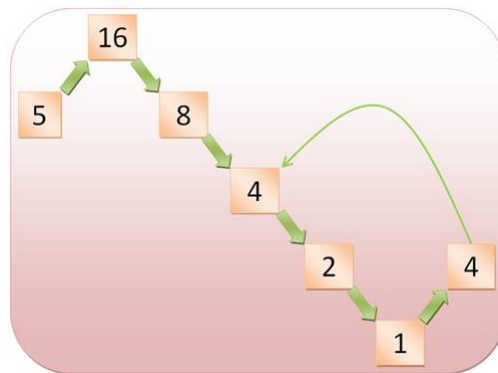
Définition

Étant donné un entier initial $u_0 > 0$, les termes de la **suite de Syracuse** (appelée aussi suite de COLLATZ ou suite des grelons) sont donnés par la récurrence :

$$u_{n+1} = \begin{cases} u_n \text{ div } 2 & \text{si } u_n \text{ pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ impair} \end{cases}$$

Exemple

Avec $u_0 = 5$ elle donne 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2... et pour $u_0 = 13$ elle génère 13, 40, 20, 10, 5 qui génère finalement le cycle 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2...



Conjecture de Collatz

Elle stipule que la suite de SYRACUSE donne un terme égal à 1 en un temps fini pour tout entier naturel u_0 . On tient cette conjecture pour vraie jusqu'à preuve du contraire.

Objectif

Étant donné un germe u_0 , calculer : (a) les termes de la suite, (b) le nombre de termes ainsi que (c) le plus grand des termes.

...(suite page suivante)...

1.2 Termes de la suite



Écrivez un programme de sorte qu'il saisit le terme initial u_0 dans un entier u_0 **tant qu'il n'est pas** (ou **jusqu'à** ce qu'il soit) > 0 . Affichez l'invite :

```
Germe initial?
```



Calculez et affichez les termes de SYRACUSE issus du germe u_0 . **N'oubliez pas** d'afficher le dernier (ou premier) terme.

Aide détaillée

Il faut :

1. Déclarer une variable `un` (pour u_n) et l'initialiser avec le germe u_0 (de u_0).
2. Tant que 1 n'est pas atteint (conjecture de COLLATZ) pour `un` :
 - Afficher le terme courant `un`.
 - Avancer au terme suivant d'après la relation :

$$u_{n+1} = \begin{cases} u_n \text{ div } 2 & \text{si } u_n \text{ pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ impair} \end{cases}$$

On sort de la boucle pour `un` valant 1 : il faut donc afficher ce dernier terme (qui fait également parti de la suite). Notez que si, dans la boucle, on inverse l'affichage et le calcul du terme suivant, il faut alors afficher le premier terme puisque la boucle détermine le terme u_{n+1} .



Testez. Exemple d'exécution :

```
Germe initial? 25
25 76 38 19 58 29 88 44 22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1
```

1.3 Nombre de termes



Complétez votre programme de sorte qu'il calcule le **nombre de termes** de la suite issu du germe u_0 . (« Complétez » signifie qu'il faut rajouter des instructions et n'en supprimer aucune.)

Aide simple

Déclarez et calculez une variable `nt` qui mémorisera le nombre de termes et lors de chaque affichage de `un`, incrémenter `nt` de 1.



Testez. Exemples d'exécution :

```
Germe initial? 25
==> 24 termes
```

```
Germe initial? 1132
==> 63 termes
```

1.4 Plus grand terme



Enfin **complétez** votre programme de sorte qu'il calcule et renvoie la valeur du **plus grand terme** de la suite issu du germe `u0`.

Aide détaillée

Déclarez et calculez une variable `tmax` qui mémorisera le plus grand terme. On pourra initialiser `tmax` soit avec 0 (la suite est définie sur les entiers naturels), soit avec le premier terme `u0` (initialisation à un terme utile). Dans la boucle, il faut tester le terme `un` par rapport à `tmax` : s'il est plus grand, c'est que l'on a trouvé mieux et donc actualiser `tmax`.



Testez. Exemples d'exécution :

```
Germe initial? 25
==> Plus grand 88
```

```
Germe initial? 1132
==> Plus grand 9232
```



Validez votre programme avec la solution.

Solution C++ @[pgsyracuse.cpp]

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    // Saisie du terme initial
    int u0 = -1;
    while (!(u0 > 0))
    {
        cout<<"Germe initial? ";
        cin>>u0;
    }
    // Calcul des termes
    int un = u0;
    int nt = 0;
    int tmax = u0;
    while (un != 1)
    {
        // Affichage du terme courant
        cout<<un<<" ";
        // 1 terme en plus
        ++nt;
        // Actualisation du plus grand terme
        if (tmax < un)
        {
            tmax = un;
        }
        // Calcul du terme suivant
        un = (un % 2 == 0 ? un / 2 : 3 * un + 1);
    }
}
```

```
}  
// Affichage du Dernier terme  
cout<<un<<endl;  
// 1 terme en plus  
++nt;  
cout<<"==> "<<nt<<" termes"<<endl;  
cout<<"==> Plus grand "<<tmax<<endl;  
}
```

2 Références générales

Comprend [<http://images.math.cnrs.fr/Le-probleme-3n-1-elementaire-mais.html>] ■