Équation quadratique [ss05] - Exercice

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel algoprog Version 16 mai 2018

Table des matières

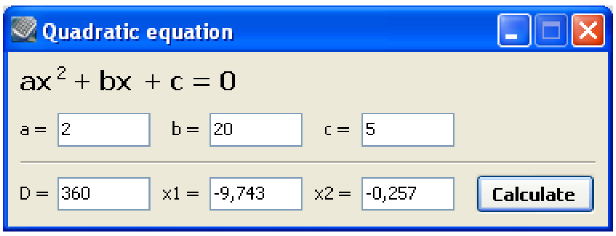
Python - Équation quadratique (TP)

Mots-Clés Algorithmes paramétrés ■
Requis Structures de base, Structures conditionnelles ■
Difficulté • ◦ ◦

Objectif
Cet exercice détermine le nombre et les solutions de l'équation quadratique

$$a\,x^2 + b\,x + c = 0$$

en examinant tous les cas, même quand certains coefficients sont nuls.
(image : http://kalkules.com/index.php?page=tools&language=fr)



1 Équation quadratique / pgquadratik

1.1 Équation linéaire

Propriété
Dans $\mathbb{R}$, l'équation linéaire $a\,x + b = 0$ a pour solution :

- Si a n'est pas nul : une solution ($x = -b/a$)
- Sinon si b n'est pas nul : aucune solution
- Sinon (a et b nuls) : l'ensemble $\mathbb{R}$

Écrivez le **profil** d'une procédure `resoudreDegre1(a,b,n,x)` qui résout l'équation linéaire $a\,x + b = 0$ en restituant le nombre de solutions dans `n` (entier) et l'éventuelle solution dans `x` (réel).

Écrivez le corps de la procédure.
Dans le cas de l'ensemble $\mathbb{R}$ solution, mettez -1 dans `n`.

1.2 Équation quadratique

Propriété
L'équation quadratique $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ a pour discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4\,a\,c$$

Dans $\mathbb{R}$, ses solutions sont :

- Si Δ est positif : deux racines $(-b \pm \sqrt{\Delta})/(2a)$
- Sinon si Δ est nul : une racine double $(-b)/(2a)$
- Sinon (Δ est négatif) : aucune racine réelle

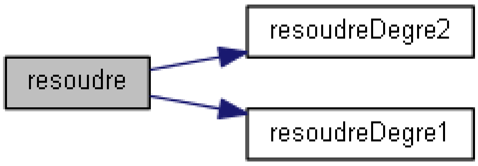
Écrivez le **profil** d'une procédure `resoudreDegre2(a,b,c,n,x1,x2)` qui résout l'équation quadratique $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ avec `a` **supposé non nul**, en restituant le nombre de solutions dans `n` (entier) et les éventuelles solutions dans `x1` (réel) et `x2` (réel).

Écrivez le corps de la procédure.

Outil Python
La fonction racine carrée `sqrt(x)` est définie dans la bibliothèque `math`.

1.3 Résolution

Déduisez une procédure `resoudre(a,b,c,n,x1,x2)` qui résout l'équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$ dans $\mathbb{R}$ en restituant le nombre de solutions dans `n` (entier) et les éventuelles solutions dans `x1` (réel) et `x2` (réel).



Enfin écrivez une procédure `afficherSolutions(n,x1,x2)` qui, selon le nombre de solutions `n` (entier 2, 1, 0 ou négatif), affiche (où `[x]` désigne le contenu de `x`) :

```
==> Deux racines: [x1] et [x2] # cas n=2
==> Une racine: [x1] # cas n=1
==> Aucune solution dans R # cas n=0
==> L'ensemble R # cas autre
```

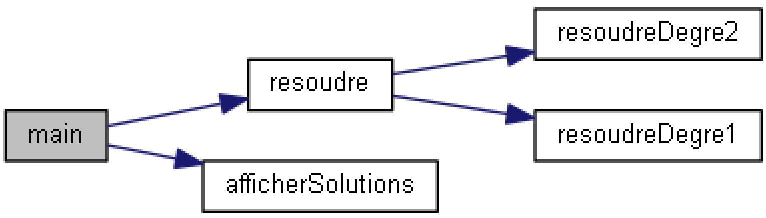
1.4 Programme principal

Écrivez une procédure `test_quadratik1` qui :

- Saisit les coefficients réels d'une équation quadratique.
- Calcule le nombre de solutions et les éventuelles solutions réelles.
- Puis affiche les solutions.

Affichez l'invite :

```
Coefficients a b c de l'équation?
```



Testez le programme sur les trois équations suivantes :

- L'équation : $-2x^2 + 7x + 15$ qui a deux racines réelles : -1.5 et 5
- L'équation : $x^2 - 2x + 1$ qui a une racine double : 1
- L'équation : $x^2 + 3x + 3$ qui n'a pas de racine réelles

1.5 Résolution dans les complexes

Dans le cas où le discriminant Δ est négatif,

- La partie réelle est donnée par la formule : $-b/(2a)$.
- Et la partie imaginaire par : $\pm(\sqrt{-\Delta}/(2a))i$ où i représente la valeur $\sqrt{-1}$.

Copiez/collez la procédure `resoudreDegre2` en la procédure `resoudreDegre2C`.
Modifiez-la de sorte à résoudre **toutes** les solutions de l'équation quadratique.
Dans ce cas, mettez l'entier -2 dans `n`.

De même, copiez/collez la procédure `resoudre` en la procédure `resoudreC` et modifiez-la de sorte à appeler la procédure de résolution dans $\mathbb{C}$.

Enfin, copier/collez la procédure `afficherSolutions` en la procédure `afficherSolutionsC` et modifiez-la de sorte qu'elle affiche :

```
==> Deux racines sur R: [x1] et [x2] # cas n=2
==> Une racine: [x1] # cas n=1
==> Aucune solution # cas n=0
==> L'ensemble R # cas n=-1 (degré 1)
==> Deux racines sur C: [x1]-[x2]i et [x1]+[x2]i
```

Copiez/collez la procédure `test_quadratik1` en la procédure `test_quadratik2` puis modifiez-la de sorte à appeler les procédures de résolution dans $\mathbb{C}$.

Testez avec $(a, b, c) = (2, 6, 1)$, $(3, 3, 0)$, $(1, 3, 1)$, $(0, 12, -3)$, $(3, 6, 3)$ et $(2, -4, 3)$.