Équation quadratique [ss05] - Exercice

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel algoprog Version 16 mai 2018

Table des matières

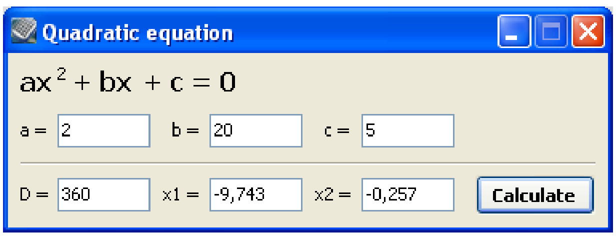
alg - Équation quadratique (Solution)

Mots-Clés Algorithmes paramétrés ■
Requis Structures de base, Structures conditionnelles ■
Difficulté • ○ ○ (40 min à 50 min) ■

Objectif
Cet exercice détermine le nombre et les solutions de l'équation quadratique

$$a\,x^2 + b\,x + c = 0$$

en examinant tous les cas, même quand certains coefficients sont nuls.
(image : http://kalkules.com/index.php?page=tools&language=fr)



1 Équation quadratique / pgquadratik

1.1 Équation linéaire

Propriété

Dans $\mathbb{R}$, l'équation linéaire $a\,x + b = 0$ a pour solution :

- Si a n'est pas nul : une solution ($x = -b/a$)
- Sinon si b n'est pas nul : aucune solution
- Sinon (a et b nuls) : l'ensemble $\mathbb{R}$

Écrivez le **profil** d'une procédure `resoudreDegre1(a,b,n,x)` qui résout l'équation linéaire $a\,x + b = 0$ en restituant le nombre de solutions dans `n` (entier) et l'éventuelle solution dans `x` (réel).

Solution Paramètres

Entrants : `a` et `b`

Sortants : `n` et `x`

Écrivez le corps de la procédure.
Dans le cas de l'ensemble $\mathbb{R}$ solution, mettez -1 dans `n`.

Validez votre procédure avec la solution.

1.2 Équation quadratique

Propriété

L'équation quadratique $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ a pour discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4\,a\,c$$

Dans $\mathbb{R}$, ses solutions sont :

- Si Δ est positif : deux racines $(-b \pm \sqrt{\Delta})/(2a)$
- Sinon si Δ est nul : une racine double $(-b)/(2a)$
- Sinon (Δ est négatif) : aucune racine réelle

Écrivez le **profil** d'une procédure `resoudreDegre2(a,b,c,n,x1,x2)` qui résout l'équation quadratique $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ avec `a` **supposé non nul**, en restituant le nombre de solutions dans `n` (entier) et les éventuelles solutions dans `x1` (réel) et `x2` (réel).

Solution Paramètres

Entrants : Les réels `a,b,c`

Sortants : Un entier `n` et les réels `x1,x2`

Écrivez le corps de la procédure.

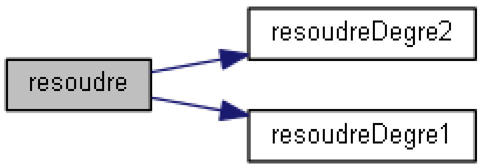
Outil alg

L'opération $\sqrt{x}$ s'écrit `RacineCarrée(x)`.

Validez votre procédure avec la solution.

1.3 Résolution

Déduisez une procédure `resoudre(a,b,c,n,x1,x2)` qui résout l'équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$ dans $\mathbb{R}$ en restituant le nombre de solutions dans `n` (entier) et les éventuelles solutions dans `x1` (réel) et `x2` (réel).



Solution simple

On teste le premier coefficient `a` et on appelle la procédure `resoudreDegre2` (s'il est non nul) ou la procédure `resoudreDegre1` (cas sinon) avec les bons paramètres.

Validez votre procédure avec la solution.

Enfin écrivez une procédure `afficherSolutions(n,x1,x2)` qui, selon le nombre de solutions `n` (entier 2, 1, 0 ou négatif), affiche (où `[x]` désigne le contenu de `x`) :

```
==> Deux racines: [x1] et [x2] # cas n=2
==> Une racine: [x1] # cas n=1
==> Aucune solution dans R # cas n=0
==> L'ensemble R # cas autre
```

Validez votre procédure avec la solution.

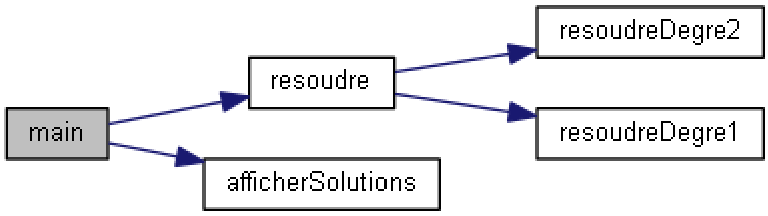
1.4 Programme principal

Écrivez une procédure `test_quadratik1` qui :

- Saisit les coefficients réels d'une équation quadratique.
- Calcule le nombre de solutions et les éventuelles solutions réelles.
- Puis affiche les solutions.

Affichez l'invite :

```
Coefficients a b c de l'équation?
```



Testez le programme sur les trois équations suivantes :

- L'équation : $-2x^2 + 7x + 15$ qui a deux racines réelles : -1.5 et 5
- L'équation : $x^2 - 2x + 1$ qui a une racine double : 1
- L'équation : $x^2 + 3x + 3$ qui n'a pas de racine réelles

Validez votre procédure avec la solution.

Cas de solutions très différentes
On pourra consulter l'exercice @[Équation quadratique] (dans les conditionnelles) qui traitent le cas de solutions très différentes. ■

1.5 Résolution dans les complexes

Dans le cas où le discriminant Δ est négatif,

- La partie réelle est donnée par la formule : $-b/(2a)$.
- Et la partie imaginaire par : $\pm(\sqrt{-\Delta}/(2a))i$ où i représente la valeur $\sqrt{-1}$.

Copiez/collez la procédure `resoudreDegre2` en la procédure `resoudreDegre2C`.
Modifiez-la de sorte à résoudre **toutes** les solutions de l'équation quadratique.
Dans ce cas, mettez l'entier -2 dans `n`.

De même, copiez/collez la procédure `resoudre` en la procédure `resoudreC` et modifiez-la de sorte à appeler la procédure de résolution dans $\mathbb{C}$.

Enfin, copier/collez la procédure `afficherSolutions` en la procédure `afficherSolutionsC` et modifiez-la de sorte qu'elle affiche :

```
==> Deux racines sur R: [x1] et [x2] # cas n=2
==> Une racine: [x1] # cas n=1
==> Aucune solution # cas n=0
==> L'ensemble R # cas n=-1 (degré 1)
==> Deux racines sur C: [x1]-[x2]i et [x1]+[x2]i
```

Validez vos procédures avec la solution.

Copiez/collez la procédure `test_quadratik1` en la procédure `test_quadratik2` puis modifiez-la de sorte à appeler les procédures de résolution dans $\mathbb{C}$.

Testez avec $(a, b, c) = (2, 6, 1)$, $(3, 3, 0)$, $(1, 3, 1)$, $(0, 12, -3)$, $(3, 6, 3)$ et $(2, -4, 3)$.

Validez votre procédure avec la solution.

Solution alg @[pgquadratik.alg]

```
Algorithme pgquadratik
Variable a , b , c : Réel
Variable ns : Entier
Variable x1 , x2 : Réel
Début
  | Afficher ( "Coefficients a b c de l'équation? " )
  | Saisir ( a , b , c )
  | resoudre ( a , b , c , ns , x1 , x2 )
  | afficherSolutions ( ns , x1 , x2 )
Fin

Action resoudreDegre1 ( a : Réel ; b : Réel ; R n : Entier ; R x : Réel )
Début
  | Si ( a <> 0 ) Alors
  |   | n <- 1
  |   | x <- - b / a
  | Sinon
  |   | Si ( b <> 0 ) Alors
  |   |   | n <- 0
  |   | Sinon
  |   |   | n <- - 1
  |   | FinSi
  | FinSi
Fin

Action resoudreDegre2 ( a , b , c : Réel ; R n : Entier ; R x1 , x2 : Réel )
Variable delta : Réel
Début
  | delta <- b * b - 4 * a * c
  | Si ( delta > 0 ) Alors
  |   | n <- 2
  |   | x1 <- ( - b + RacineCarrée ( delta ) ) / ( 2 * a )
  |   | x2 <- ( - b - RacineCarrée ( delta ) ) / ( 2 * a )
  | Sinon
  |   | Si ( delta = 0 ) Alors
  |   |   | n <- 1
  |   |   | x1 <- ( - b ) / ( 2 * a )
  |   | Sinon
  |   |   | n <- 0
  |   | FinSi
  | FinSi
  |
```

```
Fin

Action resoudre ( a : Réel ; b : Réel ; c : Réel ; R n : Entier ; R x1 : Réel ; R x2 :
    Réel )
Début
  |  Si ( a <> 0 ) Alors
  |     |  resoudreDegre2 ( a , b , c , n , x1 , x2 )
  |  Sinon
  |     |  resoudreDegre1 ( b , c , n , x1 )
  |  FinSi
Fin

Action afficherSolutions ( n : Entier ; x1 : Réel ; x2 : Réel )
Début
  |  Selon n
  |     |  Cas 2
  |     |     |  Afficher ( "==> Deux racines: " , x1 , " et " , x2 )
  |     |  Cas 1
  |     |     |  Afficher ( "==> Une racine: " , x1 )
  |     |  Cas 0
  |     |     |  Afficher ( "==> Aucune solution dans R" )
  |     |  Cas Autre
  |     |     |  Afficher ( "==> L'ensemble R" )
  |  FinSelon
Fin
```

2 Références générales

Comprend [Chappelier-CPP1 :c02 :et01], [Maunoury-AL1 :c05 :ex05], [Lemaitre-CC1 :c5 :ex1], [Gottfried-CC1 :c7 :ex39..ex42] ■