Formule de Héron [bs13] - Exercice

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

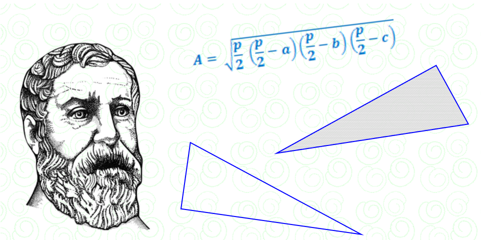
Unisciel algoprog Version 13 mai 2018

Table des matières

Java - Formule de Héron (Solution)

Mots-Clés Structures de base ■
Difficulté • • ◦ (15 à 20 min) ■

Objectif
Cet exercice calcule l'aire d'un triangle par la formule de Héron.



HÉRON D'ALEXANDRIE (10 - 70)

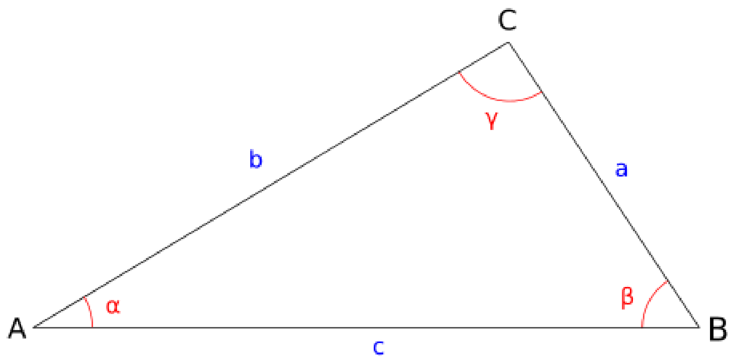
...(énoncé page suivante)...

1 Formule de Héron / pgheron

1.1 Formule de Héron

Un théorème de la Grèce antique, que l'on attribue à Héron d'Alexandrie, mathématicien du premier siècle de notre ère, nous dit que l'aire A d'un triangle de longueur a, b et c de ses trois côtés vaut :

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ \text{avec} \quad s &= \frac{a+b+c}{2} \quad \text{(demi-périmètre)} \end{aligned}$$



Notations usuelles dans un triangle (wikipedia)

Écrivez un programme qui saisit les longueurs des trois côtés d'un triangle dans `a`, `b` et `c` de type réel. Affichez l'invite :

```
Vos trois longueurs?
```

Calculez le demi-périmètre (un réel) :

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

Calculez la surface (un réel) :

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Outil Java
L'opération $\sqrt{x}$ s'écrit `Math.sqrt(x)`.

Affichez (où `[x]` désigne le contenu de `x`) :

```
==> Demi-perimetre du triangle est [s]
==> Aire du triangle est [A]
```

Testez. Exemples d'exécution :

```
Vos trois longueurs? 2.5 4.1 3.4
==> Demi-perimetre du triangle est 5
==> Aire du triangle est 4.2426406871
```

```
Vos trois longueurs? 4 5 3
==> Demi-perimetre du triangle est 6
==> Aire du triangle est 6
```

```
Vos trois longueurs? 2 3 5
==> Demi-perimetre du triangle est 5
==> Aire du triangle est 0
```

Commentaires
Le troisième exemple nous indique que si l'on augmente la longueur d'un des côtés, l'inégalité triangulaire du triangle n'est plus vérifiée : la somme des longueurs de deux côtés quelconques d'un triangle est plus grande que la longueur du troisième côté $a+b > c$, $b+c > a$, $c+a > b$.

1.2 Mise en œuvre numérique

La formule de Héron présente une instabilité pour les triangles en épingle, c.-à-d. dont un côté est de dimension très petite par rapport aux autres (confrontation de petites et grandes valeurs). En choisissant les noms de côtés de telle sorte que $a > b > c$, W. Kahan propose une formule plus stable (cf. compléments) :

$$A = \frac{1}{4}\sqrt{(a+(b+c))\,(c-(a-b))\,(c+(a-b))\,(a+(b-c))}$$

Complétez votre programme pour **qu'ensuite** il calcule la surface selon cette formule.

Copiez/collez l'affichage de la surface.

Testez. Exemple d'exécution :

```
Vos trois longueurs? 5 4.9 0.1
==> Demi-perimetre du triangle est 5
==> Aire du triangle est 0
==> Aire du triangle est 2.1024e-008
```

Validez votre programme avec la solution.

Solution Java @[pgheron.java]

```
import java.util.Scanner;
import java.util.Locale;

class PGHeron {

public static void main(String[] args)
{
  Scanner input = new Scanner(System.in);
  input.useLocale(Locale.US);
  double a, b, c;
  System.out.print("Vos trois longueurs? ");
  a = input.nextDouble();
  b = input.nextDouble();
  c = input.nextDouble();
  double s = (a + b + c) / 2.0;
  double aire = Math.sqrt(s * (s - a) * (s - b) * (s - c));
  System.out.println("==> Demi-perimetre du triangle est " + s);
  System.out.println("==> Aire du triangle est " + aire);
  aire = 1.0 / 4 * Math.sqrt((a + (b + c)) * (c - (a - b)) * (c + (a - b)) * (a + (b -
    c)));
  System.out.println("==> Aire du triangle est " + aire);
}

}
```

1.3 Compléments

Pour une démonstration et la mise en œuvre numérique, on pourra se reporter à cette page : https://fr.wikipedia.org/wiki/Formule_de_H%C3%A9ron

2 Références générales

Comprend [Grogono-PG1 :c2 :ex5] ■