

L'Algorithmique [al] Exercices de cours

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel  algoprogram  Version 12 mai 2018

Table des matières

1	Appréhender le cours	2
1.1	Problème 1	2
1.2	Problème 2	3
1.3	Les notions fondamentales	4
2	Appliquer le cours	7
2.1	Expérience : le dessin	7
2.2	Distributeur automatique de café	8
2.3	La nouvelle année	9
2.4	Le partage équitable	10
2.5	Problème de capital	11
2.6	L'anniversaire des dix ans	12

alg - Exercices de cours (Solution)

1 Appréhender le cours

1.1 Problème 1



Utilise Procédure de résolution ■

Durée estimée 5 min ■



Objectif

Un champ carré a un périmètre de 2000 mètres. Ce champ carré est échangé contre un champ rectangulaire de même périmètre. Le prix du terrain, pour les deux champs, est de $2.8\text{€}/\text{m}^2$. Pour combler la différence de valeurs entre les deux champs, le propriétaire du champ rectangulaire doit verser 7000€.



Quelle est la surface du champ rectangulaire ?

Solution simple

On a :

- Côté du champ carré : $2000\text{m}/4 = 500\text{m}$
- Surface du champ carré : $500\text{m} * 500\text{m} = 250000\text{m}^2$
- Différence de surface entre les deux champs : $7000\text{€}/2.8\text{€}/\text{m}^2 = 2500\text{m}^2$
- Surface du champ rectangulaire : $250000\text{m}^2 - 2500\text{m}^2 = 247500\text{m}^2$

1.2 Problème 2



Utilise Procédure de résolution ■

Durée estimée 10 min ■



Objectif

On dispose de 48 pralines de chocolat noir, 72 pralines de chocolat blanc et 240 pralines escargot. Avec ces pralines, on veut garnir le plus grand nombre possible de corbeilles, de même composition.



Combien de corbeilles pourra-t-on remplir ?

Solution simple

Le nombre de corbeilles doit diviser 48, 72 et 240. Il suffit donc d'en calculer leur PGCD (Plus Grand Diviseur Commun). La meilleure façon de procéder pour l'obtenir est de décomposer en facteurs premiers chacun des nombres. On obtient :

$$\begin{aligned} 48 &= 2 * 2 * 2 * 2 * 3 = 2^4 * 3 \\ 72 &= 2 * 2 * 2 * 3 * 3 = 2^3 * 3^2 \\ 240 &= 2 * 2 * 2 * 2 * 3 * 5 = 2^4 * 3 * 5 \end{aligned}$$

Le PGCD s'obtient en multipliant entre eux les nombres premiers qui apparaissent dans les trois décompositions. Si un nombre apparaît dans chaque décomposition mais avec un exposant différent (par exemple 2 apparaît dans nos trois décompositions avec, respectivement, la puissance 4, la puissance 3 et la puissance 4), il faut retenir dans la multiplication d'obtention du PGCD, ce nombre muni de l'exposant le plus petit. Ici, on retiendra donc 2 à la puissance 3. Pour 48, 72 et 240, le PGCD est donc $2^3 * 3 = 24$.



Quelle sera la composition de chacune d'elles ?

Solution simple

Comme :

$$\begin{aligned} 48 &= 2^4 * 3 = PGCD * 2 \\ 72 &= 2^3 * 3^2 = PGCD * 3 \\ 240 &= 2^4 * 3 * 5 = PGCD * 10 \end{aligned}$$

On aura 24 paniers de 2 chocolats noirs, 3 chocolats blancs et 10 escargots.

1.3 Les notions fondamentales

En salle de TP chimie

Thibaut possède trois seaux : un seau en plastique d'une contenance de 10 litres, un seau en bois d'une contenance de 7 litres et un seau en fer d'une contenance de 9 litres.

10h00 Thibaut vide ses trois seaux.

10h05 Thibaut rend visite à Bob qui met 6 litres dans son seau en bois.

10h10 Thibaut transvase le contenu de son seau en bois dans le seau en fer.

10h15 Thibaut revient vers Bob remplir à ras bord son seau en plastique.

10h20 Thibaut déverse la moitié de son seau en plastique à l'égout.

10h25 Thibaut transvase le contenu de son seau en plastique dans celui en bois.

10h30 Thibaut transvase 2 litres de son seau en bois dans celui en fer.

10h35 Thibaut informe Alice du nombre de litres contenu dans ses seaux en plastique, en fer, en bois.



Faites la trace d'exécution des opérations de sorte à déterminer les quantités qu'Alice a reçues.

Solution simple

Suivons l'évolution du contenu des seaux à chaque étape et reportons-les dans un tableau :

	Opérations	SeauPlastique	SeauFer	SeauBois
	Avant 10h00	?	?	?
10h00	T vide les 3 seaux	0	0	0
10h05	B met 6 L dans seauBois			6
10h10	T transvase de seauBois dans seauFer		6	0
10h15	T remplit le seauPlastique	10		
10h20	T déverse la moitié de seauPlastique	5		
10h25	T transvase de seauPlastique dans seauBois	0		5
10h30	T transvase 2 L de seauBois dans seauFer	0	8	3
10h35	Thibaut informe Alice	0	8	3

Le tableau montre qu'à 10h35, Alice apprendra que les seaux contiennent 0 litre, 8 litres et 3 litres.



Quels sont les concepts à retenir ?

Solution simple

Les notions fondamentales sont les suivantes :

1. La notion de **valeur** : l'énoncé ne précise jamais s'il s'agit de litres d'eau, de vin, d'essence ou autre. L'important c'est la *quantité* : 6, 10, 5... Nous apprendrons à manipuler d'autres sortes de valeurs : les chaînes de caractères et les booléens.

2. La notion de **mémoire** : matérialisée par les seaux qui « mémorisent » les quantités de liquide, cette valeur mémorisée est disponible à tout moment. Dans les ordinateurs la mémoire est réalisée par des composants électroniques. *Tout dispositif physique qui peut garder puis restituer une valeur est une mémoire.*
3. La notion de **variable** : une variable est un *emplacement mémoire*. Ici nous en avons distingué trois : le seau en plastique, le seau en fer et le seau en bois. Nous verrons qu'en algorithmique, un nom de variable, ou *identifiant* ou identificateur doit respecter certaines règles d'écriture.
4. La notion d'**environnement** : c'est l'ensemble des objets, valeurs, informations, personnes... qui ont une existence *hors de l'histoire mais qui interviennent dans son déroulement*. Dans le périple de Thibaut, l'environnement est composé des variables, de Bob et de Alice. Les variables forment l'*environnement interne* et les autres intervenants, l'*environnement externe*. Thibaut n'est pas compris dans l'environnement, un statut spécial lui est réservé.
5. La notion d'**instruction** : Chacune des phrases est une instruction. Une instruction est un *ordre qui agit sur l'environnement*. La relation entre environnement et instruction est :

$$\text{Environnement} + \text{Instruction} \rightarrow \text{Environnement modifié}$$
6. La notion de **séquencement d'instructions** : c'est l'*ordre d'exécution* des instructions. L'inversion d'instructions peut changer le résultat final. L'heure qui précède les instructions de notre histoire n'est qu'un subterfuge pour mettre en évidence le séquencement.
7. La notion de **processeur** : c'est la personne, la machine... qui *exécute* les instructions. Thibaut est le processeur de notre algorithme : c'est pourquoi nous l'avons exclu. Notez que le processeur – ici Thibaut – sait faire un certain nombre d'opérations élémentaires ; par exemple, il sait diviser par 2 (à 10h20).
8. La notion d'**algorithme** : c'est la *suite d'ordres précis et non ambigus pouvant être exécutée de façon automatique par le processeur*.
9. La notion d'**exécution d'algorithme** : c'est l'*exécution des instructions* en commençant par la première, puis la deuxième... L'histoire correspond à la notion d'algorithme, le déroulement de l'histoire correspond à la notion d'exécution d'algorithme.
10. La notion de **valeurs en entrée** et **valeurs en sortie** : ce sont respectivement *les valeurs que le processeur reçoit de l'environnement* (= données) et celles qu'il *donne à l'environnement* (= résultats) durant l'exécution de l'algorithme. Pour déterminer ces deux listes de valeurs, il faut étudier le déroulement de l'exécution considérée et se poser les deux questions suivantes :
 - Pour les valeurs en entrée : quel est le rapport de l'environnement externe au processeur durant l'exécution ?
 - Pour les valeurs en sortie : quel est le rapport du processeur à l'environnement externe durant l'exécution ?

Dans l'histoire de Thibaut, les valeurs en entrée sont 6 (reçue par Bob à 10h05) et 10 (reçue par Bob à 10h15). Les valeurs en sortie sont 0, 8 et 3, annoncées à Alice à 10h35 et contenues dans les seaux, respectivement, en plastique, en fer et en bois. La relation entre les valeurs en entrée, l'exécution de l'algorithme et les valeurs en sortie est :

Données + Exécution de l'algorithme \rightarrow Résultats

Notez qu'à un algorithme correspondent plusieurs exécutions possibles. Si nous exécutons l'histoire en demandant à Bob de donner 7 et 8 litres au lieu de 6 et 10 litres, alors les nombres de litres annoncés à Alice seront 0, 2 et 9 litres. Les valeurs en sortie dépendent donc des valeurs en entrée.

11. La **trace de l'exécution de l'algorithme** : c'est le suivi pas à pas du contenu des variables, des valeurs en entrée et des valeurs en sortie lors de l'exécution de l'algorithme. Le tableau est une forme possible. Nous serons souvent confrontés à devoir réaliser des traces d'exécutions d'algorithmes. Par souci de concision, nous dirons « la trace d'un algorithme » au lieu de « la trace de l'exécution d'un algorithme ».
12. La double notion d'**assertion**¹ **d'entrée** et d'**assertion de sortie** d'un algorithme : c'est respectivement la généralisation des notions de valeurs en entrée et de valeurs en sortie. En considérant que notre algorithme laisse à Bob l'entière liberté quand au nombre de litres qu'il donne, l'assertion d'entrée est : B(ob) donne x et y (litres) dès que Thibaut le lui demande; et l'assertion de sortie : A(lice) reçoit 0, puis $x + 2$, puis $y/2 - 2$ litres. L'assertion de sortie s'exprime en fonction de l'assertion d'entrée :

Assertion d'entrée + Algorithme \rightarrow Assertion en sortie

Cette dernière notion est un peu théorique. Disons que l'assertion en entrée correspond à l'énoncé général et que l'assertion en sortie à la solution en, fonction de cet énoncé général.

1. proposition affirmée comme vraie

2 Appliquer le cours

2.1 Expérience : le dessin



Utilise Procédure de résolution ■
Durée estimée 10 min ■



Objectif

Afin de mettre en évidence la difficulté d'écrire une marche à suivre claire et non ambiguë, on vous propose l'expérience suivante.

Cette expérience s'effectue en groupe. Le but est de faire un dessin et de permettre à une autre personne qui ne l'a pas vu, de le reproduire fidèlement au travers d'une « marche à suivre ».

1. Chaque personne prend une feuille de papier et y dessine quelque chose en quelques traits précis. Le dessin ne doit pas être trop compliqué; on ne teste pas ici vos talents de dessinateur! (cela peut-être une maison, une voiture...)
2. Sur une **autre** feuille de papier, chacun rédige des instructions permettant de reproduire fidèlement son propre dessin. Attention! Il est important de ne **jamais faire référence à la signification du dessin**. Ainsi, on peut écrire : « dessine un rond » mais certainement pas : « dessine une roue ».
3. Chacun cache à présent son propre dessin et échange sa feuille d'instructions avec celle de quelqu'un d'autre.
4. Chacun s'efforce ensuite de reproduire le dessin d'un autre en suivant **scrupuleusement** les instructions indiquées sur la feuille reçue en échange, **sans tenter d'initiative** (par exemple en croyant avoir compris ce qu'il faut dessiner).
5. Enfin examinez les différences entre l'original et la reproduction et tentez de comprendre pourquoi elles se sont produites (par imprécision des instructions ou par mauvaise interprétation de celles-ci par le dessinateur...)



Réalisez l'expérience.



Quelles réflexions cette expérience vous inspire-t-elle?



Quelle analogie voyez-vous avec une marche à suivre donnée à un ordinateur?



Dans cette expérience, nous imposons que la « marche à suivre » ne mentionne aucun mot expliquant le sens du dessin (mettre « rond » et pas « roue » par exemple). Pourquoi, à votre avis, avons-nous imposé cette contrainte?

2.2 Distributeur automatique de café



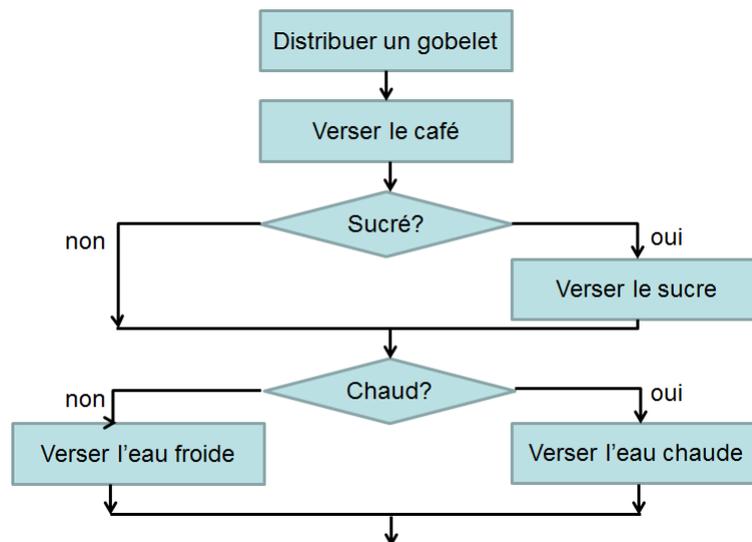
Utilise Formuler un algorithme ■

Durée estimée 10 min ■



Objectif

Lorsque nous manipulons les sélecteurs « Sucré/Non sucré » et « Chaud/Froid » d'un distributeur automatique de café, nous voyons apparaître un gobelet, tomber de la poudre de café, éventuellement du sucre, puis de l'eau chaude ou froide en fonction de nos demandes. Voici un algorithme qui représente l'algorithme enregistré dans l'appareil :



Traduisez-le en pseudo-code.

Solution Pseudo-code

Algorithme Distributeur

Début

```

| Distribuer un gobelet
| Verser le café
| Si ( le café doit être sucré ) Alors
|   | Verser le sucre
| FinSi
| Si ( le café doit être chaud ) Alors
|   | Verser l'eau chaude
| Sinon
|   | Verser l'eau froide
| FinSi

```

Fin

2.3 La nouvelle année

C'est la nouvelle année. André a quatre projets : acheter des portables (ordinateur et téléphone), partir en vacances, aller au cinéma, s'acheter une paire de rollers. Il décide de prendre quatre enveloppes : une enveloppe portables, une enveloppe vacances, une enveloppe cinéma et une enveloppe rollers, puis souhaiter la bonne année.

10h00 André vide les enveloppes de leurs contenus éventuels.

10h01 Chez tante Claire, il reçoit 100 € qu'il décide de partager équitablement pour le cinéma et les rollers. Soit 50 € pour l'enveloppe cinéma et 50 € pour l'enveloppe rollers.

10h02 Chez oncle Didier, il reçoit 30 € qu'il réserve pour les rollers.

10h03 Chez oncle Francis, il reçoit 500 €. Il décide de compléter son enveloppe rollers de 220 € et de répartir le reste équitablement entre les projets vacances et portables.

10h04 Chez tante Estelle, c'est 100 € qui vont grossir l'enveloppe portables.

10h05 Chez oncle Gaetan, il reçoit 10 €. Il les réserve pour les portables.

10h06 Chez tante Hélène, c'est 200 € qui vont grossir l'enveloppe portables.

10h07 Chez marraine Aude, il reçoit 500 € pour les portables.

10h08 Il décide de transférer la moitié du contenu de l'enveloppe rollers dans l'enveloppe vacances.

10h09 Chez oncle Michel, il reçoit une pochette de jeux à gratter et gagne 50 € : ça sera pour les vacances.

10h10 Chez tante Martine, il reçoit 500 € pour ses vacances.

10h11 Chez parrain Nicolas, c'est 2000 € qui s'ajoutent à l'enveloppe portables.

10h12 André annonce à son père les sommes dont il dispose pour chacun de ses projets.



Quels sont les noms des quatre variables utilisées ?



Déterminez les valeurs en entrée.



Faites la trace de l'exécution de l'algorithme.



Déterminez les valeurs en sortie.

2.4 Le partage équitable

Nous sommes le 9 janvier à 9h.

10h Thibaut reçoit 15 € de sa maman.

11h Thibaut reçoit 50 € de son parrain.

12h Thibaut achète pour 30 € de forfait de téléphone portable.

13h Thibaut reçoit 10 € de son papa.

14h Thibaut achète un livre de 45 €.

15h Thibaut partage équitablement le reste de son argent entre ses deux frères Paul et Jacques.



Combien ont reçu Paul et Jacques ?

2.5 Problème de capital

Dans cet exercice, nous désignons Thibaut par T, Alice par A et Bob par B. De plus nous désignerons 5 € par 5, ... Au départ : A a 10, T a 10 et B a 25.

10h T gagne 10 dans un jeu à gratter.

11h A reçoit une valeur identique à ce que possèdent T et B réunis.

12h B reçoit une valeur identique à ce que possèdent A et T.

13h T reçoit une valeur identique à ce que possèdent B et A.

14h A reçoit une valeur identique à ce que possèdent T et B.



Quel est le capital que possèdent Alice, Bob et Thibaut à la fin ?

2.6 L'anniversaire des dix ans

Thibaut reçoit 10 € à sa naissance. A chacun de ses anniversaires, il reçoit une somme double de celle qu'il a reçue l'année précédente.



Faites la trace d'exécution de cet algorithme pour déterminer la somme que Thibaut a reçus pour ses dix ans.