

Tableaux multidimensionnels [tm]

Support de Cours

Karine Zampieri, Stéphane Rivière

Unisciel  algoprog  UNIVERSITÉ HAUTE-ALSACE Version 18 mai 2018

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| 1 Tableaux multidimensionnels | 2 |
| 1.1 Définitions | 2 |
| 1.2 Déclaration et initialisation d'un k-tableau | 3 |
| 1.3 Accès indiciel | 4 |
| 1.4 Exemples | 5 |
| 2 Parcours d'un tableau bidimensionnel | 6 |
| 2.1 Parcours d'une ligne/colonne | 6 |
| 2.2 Parcours d'une diagonale | 7 |
| 2.3 Parcours complet | 8 |
| 2.4 Parcours partiel | 10 |
| 2.5 Parcours du serpent | 12 |
| 3 Vue linéaire | 13 |

alg - Tableaux multidimensionnels (Cours)



Mots-Clés Tableaux multidimensionnels, Parcours d'un tableau ■

Requis Structures de base, Structures conditionnelles, Algorithmes paramétrés, Structures répétitives, Schéma itératif, Tableau unidimensionnel ■

Difficulté ●●○ (1 h) ■



Introduction

Ce module décrit des **tableaux multidimensionnels** puis expose les parcours ainsi que la vue linéaire d'un tableau bidimensionnel.

1 Tableaux multidimensionnels

1.1 Définitions

De nombreuses situations nécessitent l'usage de tableaux à deux dimensions. Ils vous sont déjà familiers par leur présence dans nombre de situations courantes : calendrier, grille horaire, grille de mots croisés, sudoku, jeux se déroulant sur un quadrillage (damier, échiquier, scrabble, ...). Cependant certaines situations complexes nécessitent l'usage de tableaux à trois voire plus de dimensions.



Tableau multidimensionnel

Tableau dont le type de base est un tableau : c'est un « tableau de tableaux ».



Dimension

Nombre d'indices utilisé pour faire référence à un des éléments d'un tableau multidimensionnel.



Taille et Dimension

Ne confondez pas :

- La taille (= nombre de cases).
- La dimension (= nombre d'indices).



Remarque

On peut faire une analogie avec les mathématiques :

- Un tableau à une dimension représente un vecteur.
- Un tableau à deux dimensions une matrice.
- Un tableau de plus de deux dimensions un tenseur.

1.2 Déclaration et initialisation d'un k-tableau

(alg) Déclaration d'un k-tableau

```
Variable nomTab : T[bMin1..bMax1, ..., bMinK..bMaxK]
Variable nomTab : T[taille1 , ..., tailleK]
```

Explication

Déclare un tableau k -dimensionnel de nom `nomTab` d'éléments de type `T`. Les `tailleI` sont des valeurs entières positives (littérales ou expressions constantes). Chaque paire de bornes `bMinI` et `bMaxI` limite l'indice correspondant à la i -ème dimension du tableau. Si les `tailleIs` sont indiquées, la borne inférieure équivaut à 1. Les bornes sont également des valeurs entières (littérales ou expressions constantes).



Cas particulier d'un tableau bidimensionnel

```
Variable nomTab : T[ligMin..ligMax, colMin..colMax]
Variable nomTab : T[nligs, ncols] # ligMin=1,colMin=1
```

(alg) Initialisation d'un k-tableau

```
nomTab <- { { {v111, ..., v11k}, ... }
```

Explication

Initialise un tableau k -dimensionnel. Avec : Les `valI` sont des valeurs littérales ou expressions constantes de type `T` initialisant **séquentiellement** chacun des éléments du tableau.

1.3 Accès indiciel

(alg) Accès indiciel

```
tab[k1, k2, ...] # syntaxe normale  
tab[k1][k2][...] # autre écriture
```

Explication

Accède à la case indice (k_1, k_2, \dots) d'un tableau multidimensionnel `tab`. Il faut spécifier autant d'indices qu'il y a de dimensions dans le tableau.

1.4 Exemples

(alg) Exemple Pseudo-code

Soit le tableau déclaré ainsi :

```
Variable tab : Caractère[0..3, 0..4]
```

Explication

Le tableau `tab` est d'abord décomposé à un premier niveau en quatre éléments auxquels on accède par le premier indice. Ensuite, chaque élément de premier niveau est décomposé en cinq éléments de deuxième niveau accessibles par le deuxième indice.

(alg) Exemple Pseudo-code

```
Variable mat : Entier[3, 5]  
Variable cube : Réel[10, 20, 15]
```

Explication

La variable `mat` est une matrice de 3 lignes et 5 colonnes d'Entiers et `cube` est un cube de 15 matrices de 10 lignes et 20 colonnes de Réels.

(alg) Exemple Pseudo-code

```
mat[2,1]
```

Explication

Accède à l'élément ligne 2, colonne 1 de la matrice `mat`.

2 Parcours d'un tableau bidimensionnel

Comme nous l'avons fait pour les tableaux à une dimension, nous envisageons le parcours des tableaux à deux dimensions (`nlig`s lignes et `ncol`s colonnes) d'éléments de type `T`.

Nous commençons par le cas où on ne parcourt qu'une seule des dimensions (parcours d'une ligne, parcours d'une colonne, parcours d'une diagonale si le tableau est carré `nlig=ncol=n`) puis nous attaquons le cas général (parcours complet ligne par ligne, colonne par colonne, parcours partiel puis un parcours plus compliqué : le serpent).

(alg) Déclarations PseudoCode

Soit donc un tableau `tab` déclaré ainsi :

```
Constante NLIIGSMAX <-...
Constante NCOLSMAX <-...
Typedef Tableau2d = T[1..NLIIGSMAX, 1..NCOLSMAX] # avec T un Type quelconque
Variable tab : Tableau2d
```

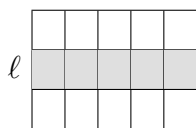
2.1 Parcours d'une ligne/colonne

(alg) Parcours ligne lig

```
Pour col <- 1 à ncol
  | traiter tab [ lig , col ]
FinPour
```

Explication

Si on parcourt la ligne ℓ , on visite les cases $(\ell, 1)$, $(\ell, 2)$, $(\ell, 3)$... L'indice de ligne est constant et c'est l'indice de colonne qui varie.



Retenir

Pour parcourir une ligne, on utilise une boucle sur les colonnes.

(alg) Parcours colonne col

```
Pour lig <- 1 à nlig Faire
  | traiter tab [ lig , col ]
FinPour
```

Explication

Le parcours d'une colonne est symétrique.

2.2 Parcours d'une diagonale

(alg) Parcours diagonale descendante

```
Pour j <- 1 à n Faire
  | traiter tab [ j , j ]
FinPour
```

Explication

Les éléments à visiter sont $(1, 1)$, $(2, 2)$, \dots , (n, n) .

Une seule boucle suffit comme le montre l'algorithme ci-dessus.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |

(alg) Parcours diagonale montante, 2 indices

```
col <- n
Pour lig <- 1 à n Faire
  | traiter tab [ lig , col ]
  | col <- col - 1
FinPour
```

(alg) Parcours diagonale montante, 1 indice

```
Pour lig <- 1 à n Faire
  | traiter tab [ lig , n + 1 - lig ]
FinPour
```

Explication

Pour la diagonale montante, on peut envisager deux solutions, avec deux indices ou un seul en se basant sur le fait que $i + j = n + 1$ d'où $j = n + 1 - i$.

2.3 Parcours complet

((alg)) Parcours ligne par ligne

```
Pour lig <- 1 à nligs Faire
| Pour col <- 1 à ncols Faire
|   | traiter tab [ lig , col ]
|   FinPour
FinPour
```

Explication

Chaque case est visitée comme suit :

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |

((alg)) Parcours colonne par colonne

```
Pour col <- 1 à ncols Faire
| Pour lig <- 1 à nligs Faire
|   | traiter tab [ lig , col ]
|   FinPour
FinPour
```

Explication

Ici chaque case est visitée ainsi :

| | | | | |
|---|---|---|----|----|
| 1 | 4 | 7 | 10 | 13 |
| 2 | 5 | 8 | 11 | 14 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |



Remarque

On peut obtenir le même résultat avec une seule boucle si l'indice sert juste à compter le nombre de passages et que les indices de lignes et de colonnes sont gérés manuellement. L'algorithme ci-dessous donne le parcours ligne par ligne. La solution pour un parcours colonne par colonne est similaire et laissée en exercice.

((alg)) Parcours avec une seule boucle

```
lig <- 1
col <- 1
ncases <- nligs * ncols
Pour k <- 1 à ncases Faire
| traiter tab [ lig , col ]
| col <- col + 1 // case suivante
| Si ( col > ncols ) Alors // ligne suivante
|   | col <- 1
```



```
| | lig <- lig + 1  
| FinSi  
FinPour
```



Avantage de cette solution

Il apparaîtra quand nous verrons des parcours plus difficiles, tel le serpent.

2.4 Parcours partiel

Comme avec les tableaux à une dimension, nous envisageons l'arrêt prématuré lors de la rencontre d'une condition. Et, comme avec les tableaux à une dimension, on transforme d'abord les **Pour** en **TantQue**, puis on introduit le test : avec ou sans utiliser de booléen.

((alg)) Parcours ligne par ligne, boucle TantQue

```
lig <- 1
TantQue lig <= nligs Faire
| col <- 1
| TantQue col <= ncols Faire
| | traiter tab [ lig , col ]
| | col <- col + 1
| FinTantQue
| lig <- lig + 1
FinTantQue
```

((alg)) Parcours partiel, deux boucles et un booléen

```
trouvé <- Faux
lig <- 1
TantQue lig <= nligs Et Non trouvé Faire
| col <- 1
| TantQue col <= ncols Et Non trouvé Faire
| | Si tab [ lig , col ] impose l'arrêt du parcours Alors
| | | trouvé <- Vrai
| | Sinon // Ne Pas modifier les indices Si arrêt demandé
| | | col <- col + 1
| | FinSi
| FinTantQue
| Si Non trouvé Alors // Ne Pas modifier les indices Si arrêt demandé
| | lig <- lig + 1
| FinSi
FinTantQue
```

((alg)) Parcours partiel, une seule boucle et un TantQue

```
lig <- 1
col <- 1
ncases <- nligs * ncols
```

((alg)) Parcours partiel, une boucle et pas de booléen

```
lig <- 1
col <- 1
ncases <- nligs * ncols
k <- 1
TantQue k <= ncases Et tab [ lig , col ] n'impose Pas l'arrêt Faire
| col <- col + 1 // case suivante
| Si col > ncols Alors // ligne suivante
| | col <- 1
```

```
|   | lig <- lig + 1
|   FinSi
|   k <- k + 1
FinTantQue
# Arrêt prématuré Si k <= ncases
```

2.5 Parcours du serpent

Envisageons maintenant un parcours plus difficile illustré par le tableau suivant :

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |

Le plus simple est d'adapter l'algorithme de parcours avec une seule boucle en introduisant un sens de déplacement.

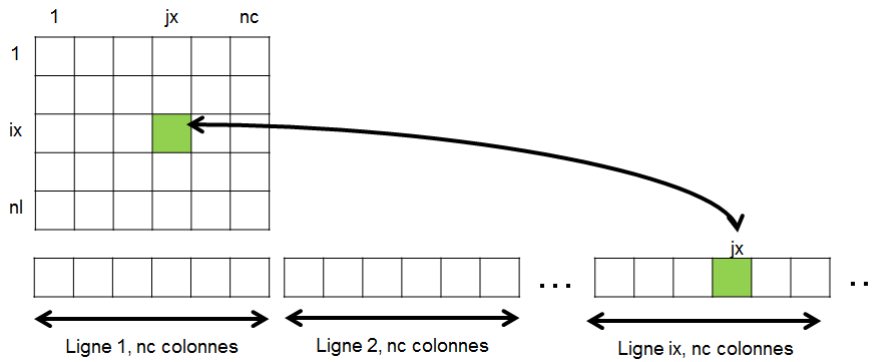
(alg) Parcours du serpent

```
lig <- 1
col <- 1
ncases <- nligs * ncols
depl <- 1 // 1 Pour Avancer , -1 Pour reculer
Pour k <- 1 à ncases Faire
| traiter tab [ lig , col ]
| Si 1 <= col + depl Et col + depl <= ncols Alors
| | col <- col + depl // On se déplace dans la ligne
| Sinon
| | lig <- lig + 1 // On passe à la ligne suivante
| | depl <- - depl // Et on change De sens
| FinSi
FinPour
```

3 Vue linéaire

Stockage linéaire d'un tableau bidimensionnel

Le **stockage linéaire** d'un tableau bidimensionnel permet d'optimiser son espace mémoire. L'accès à l'élément en (ix, jx) du tableau bidimensionnel se fera via une fonction `indexTab2d(ix, jx, ncols)` qui donne l'index linéaire de la case en (ix, jx) pour un tableau à `ncols` colonnes.



Remarque

La vue linéaire d'un tableau bidimensionnel s'étend facilement (par le même principe) au cas des tableaux multidimensionnels.