

## SERIE D'EXERCICES N° 7 : ELECTRODINAMIQUE : FILTRES PASSIFS EN REGIME SINUSOÏDAL FORCÉ

### Bande passante.

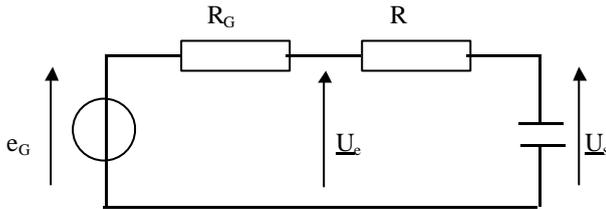
#### Exercice 1.

On considère la fonction de transfert du premier ordre fondamental, d'expression  $\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jx}$  avec  $x = f/f_0$ .

- Déterminer l'expression de la bande passante à -3 dB, notée  $B_{3dB}$ .
- Déterminer l'expression de la bande passante à -n dB, notée  $B_{ndB}$ .

#### Exercice 2.

1. On considère le circuit RC commandé par un générateur de f.e.m  $e_G(t)$  et de résistance interne  $R_G$  avec  $C = 1$  nF.



Déterminer l'expression de la fonction de transfert complexe  $\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e}$  en fonction de  $\omega$  et  $\tau = RC$ .

Calculer la valeur de  $R$  pour obtenir une bande passante à -3 dB :  $B_{3dB} = 100$  kHz.

- Déterminer l'expression  $\underline{H}'(j\omega) = \frac{U_s}{E_G}$  en fonction de  $\omega$  et  $\tau'$  constante de temps que l'on définira en fonction de  $R$ ,  $R_G$  et  $C$ .

En déduire l'expression de la nouvelle bande passante à -3dB :  $B'_{3dB}$  en fonction de  $R$ ,  $R_G$  et  $B_{3dB}$ . A.N. :  $R_G = 9R$ .

- On branche en parallèle, aux bornes de  $C$ , une résistance d'utilisation  $R_u = 10$  k $\Omega$ .

Déterminer l'expression  $\underline{H}''(j\omega) = \frac{U_s}{E_G}$  en fonction de  $\omega$ ,  $H_0$  transfert statique et  $\tau''$  constante de temps. On définira  $H_0$  et  $\tau''$  en

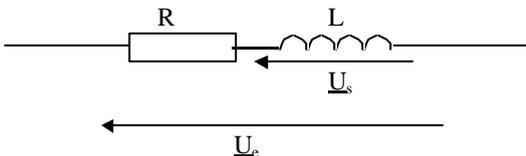
fonction de  $R_u$ ,  $R$ ,  $R_G$  et  $C$ . En déduire l'expression de la nouvelle bande passante à -3dB :  $B''_{3dB}$  en fonction de  $R_u$ ,  $R$ ,  $R_G$  et  $C$ .

Calculer  $B''$ , comparer à  $B'$ .

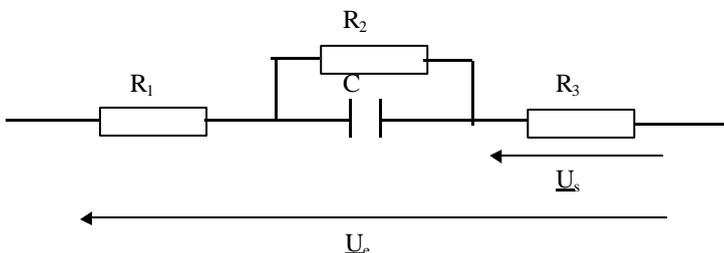
### Filtres passifs du premier ordre.

#### Exercice 3.

- Prévoir le comportement asymptotique du filtre ci-dessous.
- Calculer la fonction de transfert  $\underline{H}(jx) = \frac{U_s}{U_e}$  où  $x$  est la pulsation réduite que l'on exprimera en fonction des données.
- Etablir le diagramme de Bode.



#### Exercice 4.



On considère le filtre ci-dessous avec :  $R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$  ;  $R_2 = 18 \text{ k}\Omega$  ;  $C = 100 \text{ nF}$ .

1. Prévoir le comportement asymptotique de ce filtre.
2. Calculer la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e}$  et mettre cette fonction sous la forme :  $\underline{H}(j\omega) = k \frac{1 + j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_2}$ .

Calculer  $k$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

3. Etablir le diagramme de Bode en précisant les gains en décibels  $G$  pour les pulsations  $1/\tau_1$  et  $1/\tau_2$ .

### Filtres passifs du second ordre.

#### Exercice 5.

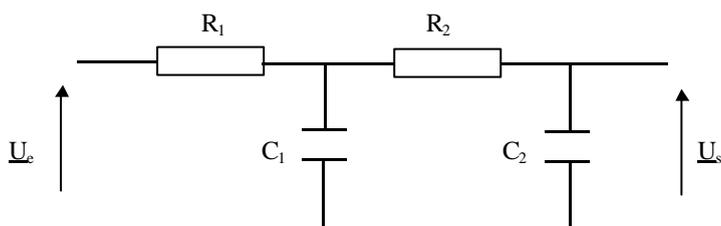
On considère le circuit de la figure.

1. Prévoir le comportement asymptotique de ce filtre.
2. Déterminer la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e}$  sous la forme  $\frac{1}{1 - \alpha\omega^2 + j\beta\omega}$ .
3. Montrer que l'on peut écrire  $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\frac{\omega}{a})(1 + j\frac{\omega}{b})}$  où  $a$  et  $b$  sont solutions d'une équation du second degré que l'on

explicitera.

On donne  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  ;  $C_1 = 10 \text{ nF}$  ;  $R_2 / R_1 = C_1 / C_2 = 5$ . Déterminer les coefficients  $a$  et  $b$  (on introduira la constante de temps  $\tau = R_1 C_1 = R_2 C_2$ ).

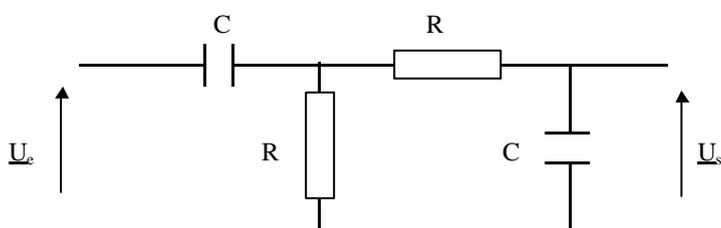
4. Etablir le diagramme de Bode en précisant les gains en décibels  $G$  pour les pulsations  $a$  et  $b$ .



#### Exercice 6.

On considère le quadripôle ci-dessous.

1. Prévoir le comportement asymptotique de ce filtre.
2. Calculer la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e}$  en fonction de  $\omega$  et  $\omega_0$  avec  $RC\omega_0 = 1$ .
3. Montrer que le dénominateur peut se mettre sous la forme d'un produit de fonctions du premier ordre :  $(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})(1 + j\frac{\omega}{\omega_2})$   $\omega_1$  et  $\omega_2$  s'exprimant en fonction de  $\omega_0$ .
4. Etablir le diagramme de Bode.



#### Exercice 7.

Tracer le diagramme asymptotique de la fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{(1 + j\frac{\omega}{10\omega_0})(1 + j\frac{\omega}{40\omega_0})}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_0})(1 + j\frac{\omega}{100\omega_0})}$$

**Réponses (on donne ici les diagrammes asymptotiques de Bode).**

*Exercice 1.*

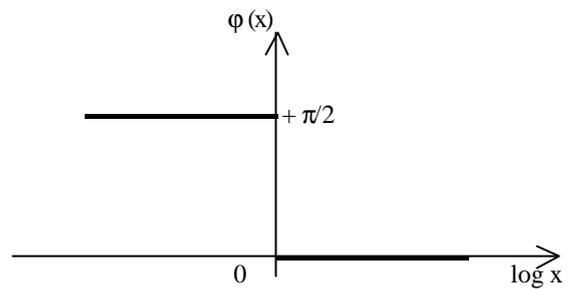
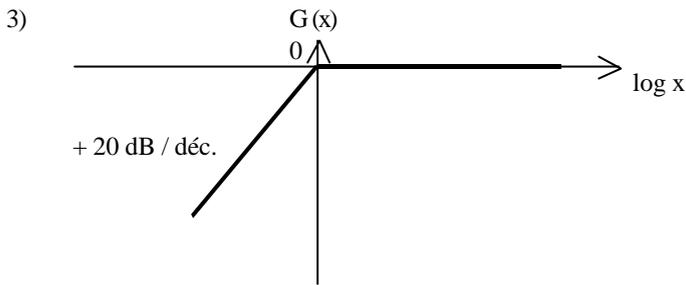
1)  $B = f_0$  . 2)  $B = f_0 \sqrt{10^{n/10} - 1}$  .

*Exercice 2.*

1)  $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$  où  $\tau = RC$  ;  $R = 1 / (2\pi B C) = 1,6 \text{ k}\Omega$  . 2)  $\underline{H}'(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau'}$  où  $\tau' = (R + R_G) C$  ;  $B' = \frac{1}{2\pi\tau'} = 10 \text{ kHz}$  . 3)  $\underline{H}''(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\omega\tau''}$  où  $H_0 = \frac{R_u}{R_u + R + R_G}$  et  $\tau'' = \frac{R_u (R + R_G)}{R_u + R + R_G} C$  ;  $B'' = \frac{1}{2\pi\tau''} = 26 \text{ kHz}$  .

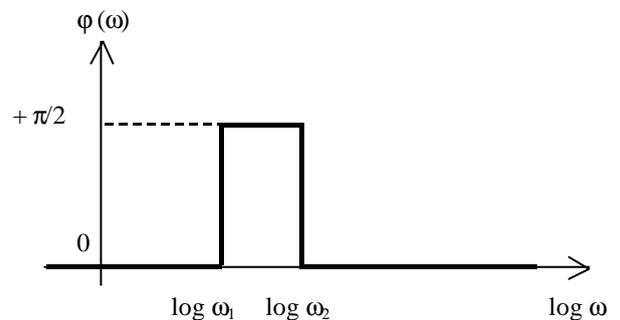
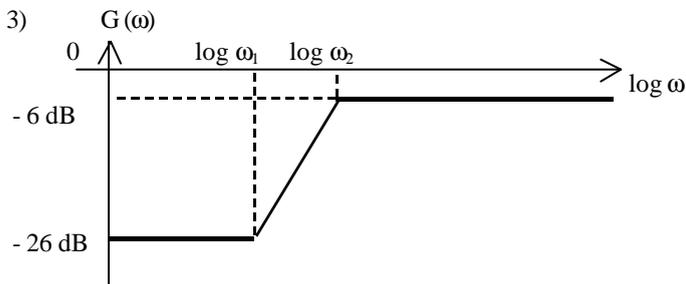
*Exercice 3.*

1) Passe-haut. 2)  $\underline{H}(jx) = \frac{jx}{1 + jx}$  où  $x = \omega\tau = \omega \frac{L}{R}$  .



*Exercice 4.*

2)  $k = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$  ;  $\tau_1 = R_2 C$  ;  $\tau_2 = R_2 C \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$  .

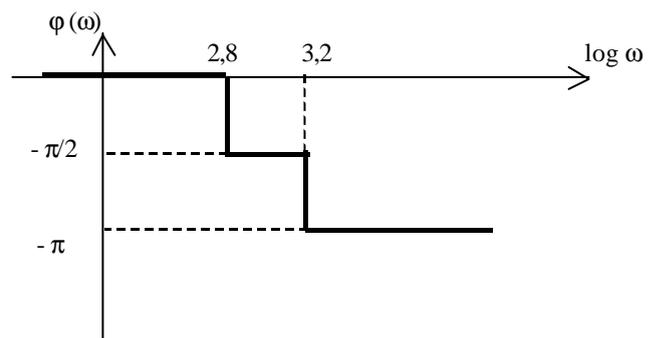
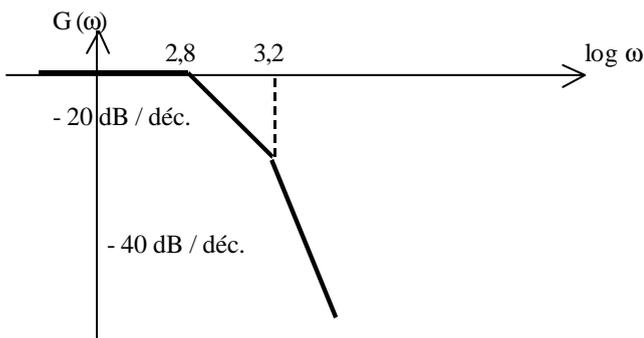


$G(1/\tau_1) = -23 \text{ dB}$  et  $G(1/\tau_2) = -9 \text{ dB}$  .

*Exercice 5.*

1) Passe-bas. 2)  $\alpha = R_1 R_2 C_1 C_2$  et  $\beta = R_2 C_2 + R_1 (C_1 + C_2)$  . 3)  $\alpha x^2 - \beta x + 1 = 0$  ;  $a = 0,64 / \tau = 0,64 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$  et  $b = 1,6 / \tau = 1,6 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$  .

4)  $\log a = 2,8$  ;  $\log b = 3,2$

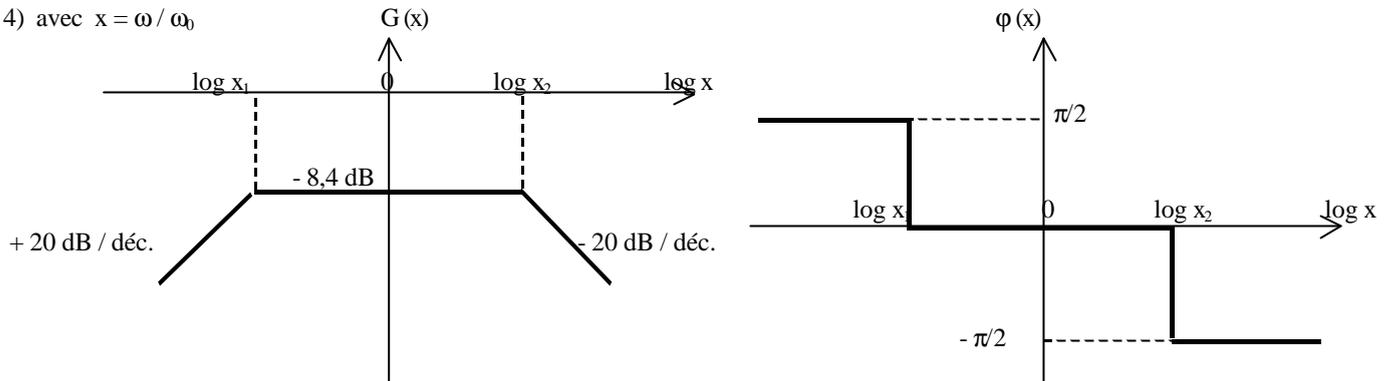


$G(a) = -3,6 \text{ dB}$  et  $G(b) = -11,6 \text{ dB}$  .

Exercice 6.

1) Passe-bande. 2)  $\underline{H}(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 3j \frac{\omega}{\omega_0} + (j \frac{\omega}{\omega_0})^2}$ . 3)  $\omega_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \omega_0$  et  $\omega_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \omega_0$ .

4) avec  $x = \omega / \omega_0$



Exercice 7.

