

# Les ondes lumineuses

---



# Chapitre 1

## Les ondes lumineuses



### I) Préliminaires :

#### 1 – Quelques notions qualitatives sur l'optique ondulatoire

\* Rappels d'optique géométrique :

\* Traversée de rayons à travers une lentille CV ou une lentille DV

\* Exercices de révisions de sup : n° 7 et 12

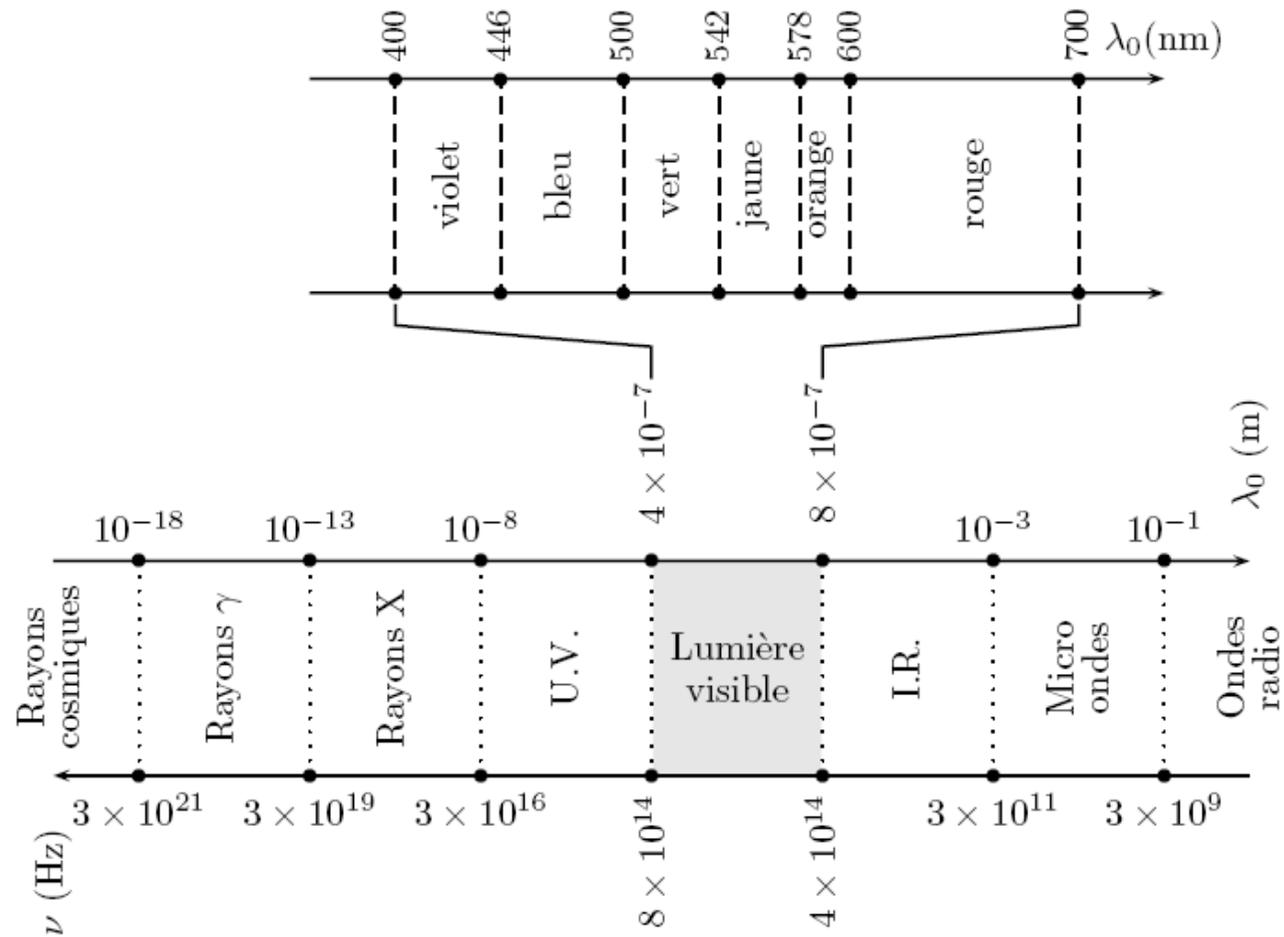
Quelques animations :

[Figures animées \(G.Tulloue\)](#)

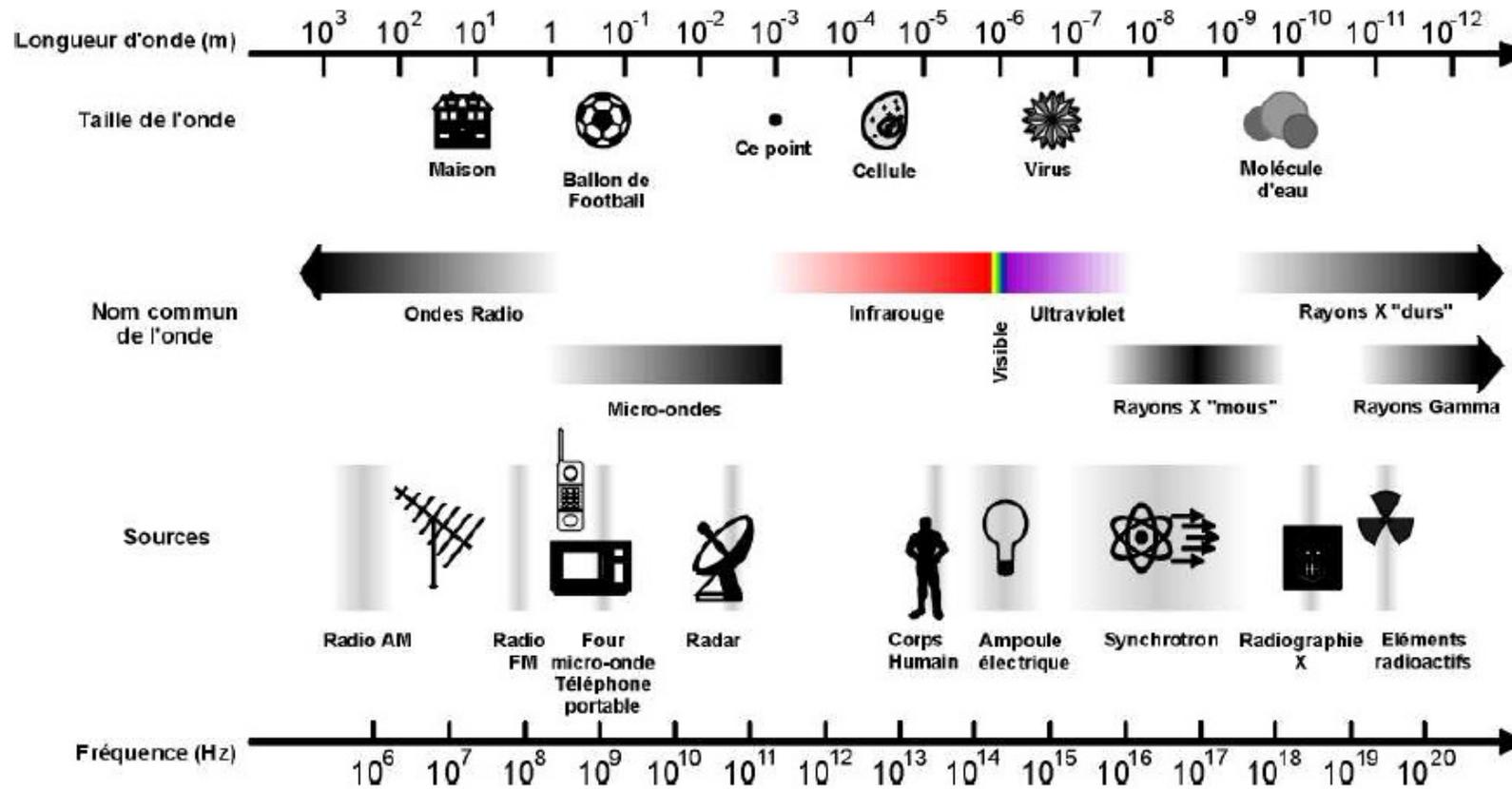


\* Sources de lumières usuelles : lampe spectrale, lampe à filament, laser

\* Etendue du spectre EM :



Spectre électromagnétique : La lumière visible représente une infime partie du spectre électromagnétique



Spectre électromagnétique.



## **\* Exemples de récepteurs : l'œil, les photodiodes, les capteurs CCD**

### **- L'œil :**

Il est constitué de deux types de cellules sensibles à la lumière, les cônes et les bâtonnets. L'œil humain perçoit les longueurs d'onde entre 400 et 800 nm et n'est pas sensible à la lumière polarisée.

### **- Photodiode :**

La photodiode est une diode spéciale qui, lorsqu'elle est polarisée en inverse, contrairement à une diode normale, est parcourue par un courant proportionnel à la puissance lumineuse reçue. La mesure de l'intensité électrique donne donc accès (à une constante près) à la puissance lumineuse.

La photodiode détecte toute l'étendue du spectre visible mais est aussi sensible à l'infrarouge. Le temps de réaction d'une photodiode est beaucoup plus bref que celui de l'œil ( $10^{-5}$  s contre 0,1 s pour l'œil).

### **- Capteurs CCD :**

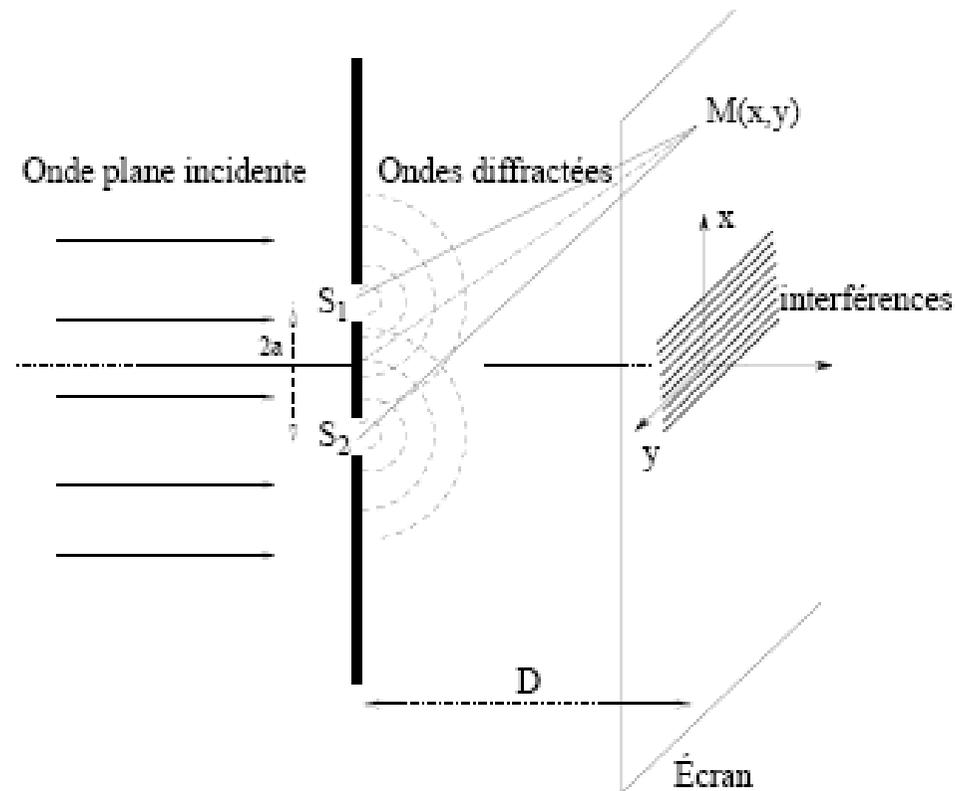
Le capteur CCD (coupled charge device) est composé d'une suite de petites photodiodes placées les unes contre les autres et se présente souvent sous la forme d'une barrette.



## \* Quelques expériences d'interférences et de diffraction vues dans le secondaire

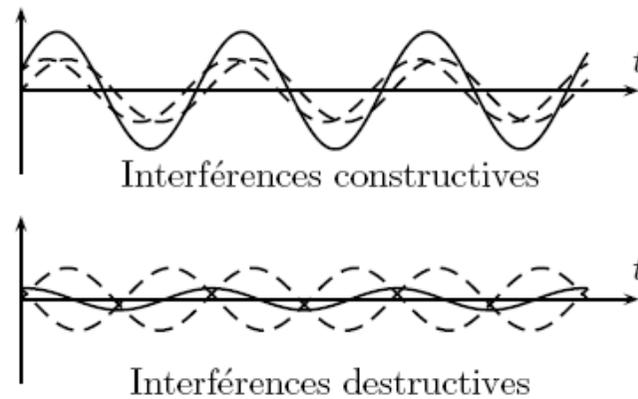
### *Interférences :*

Un exemple :

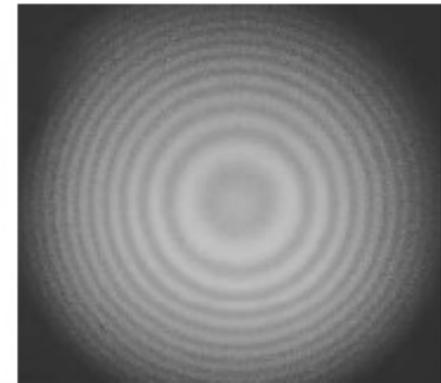
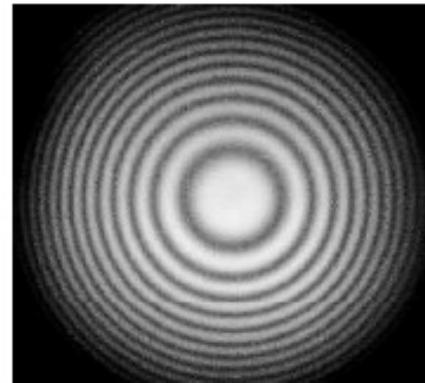
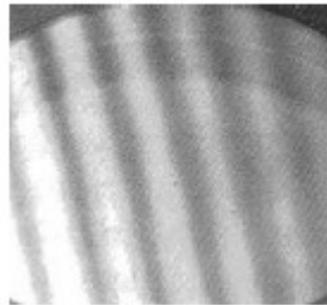
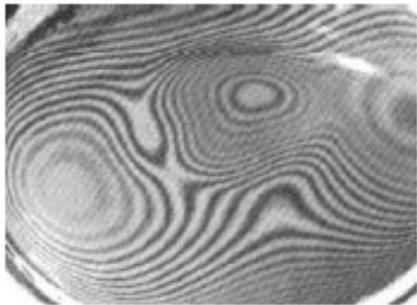


[simulation de JJ.Rousseau](#)

De la lumière superposée à de la lumière peut donner de l'obscurité.

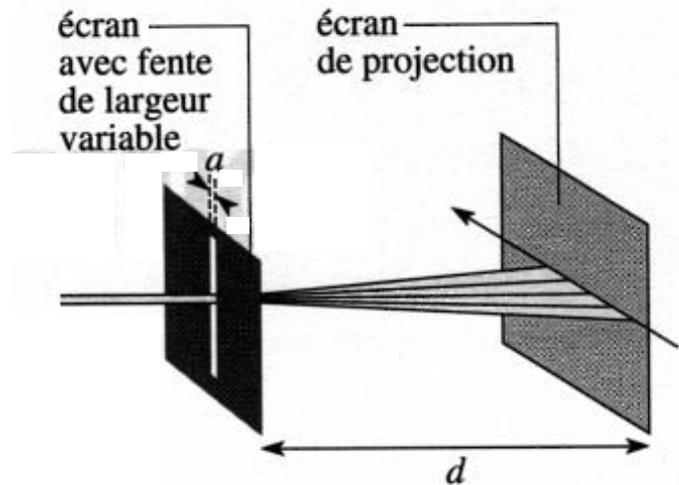


L'expérience historique des fentes d'Young a mis en évidence la nature ondulatoire de la lumière. On sait maintenant que la lumière possède un double aspect, ondulatoire et corpusculaire.

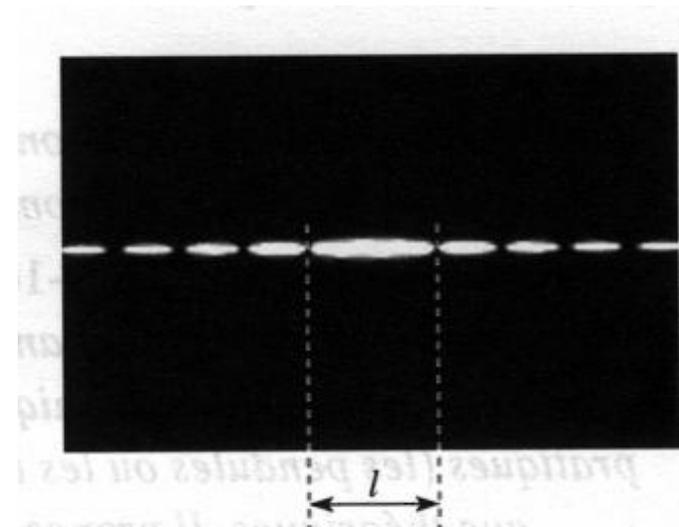


## ***Diffraction :***

L'expérience suivante montre la diffraction d'un rayon laser par une fente de largeur variable  $a$  et de « grande » hauteur.



*Diffraction d'un faisceau laser par une fente fine.*



*Diffraction d'un faisceau laser par une fente.*

Sur un écran de projection située à quelques mètres, on constate que la tâche quasi-ponctuelle formée par le faisceau, en l'absence d'obstacle, s'élargit perpendiculairement à la fente lorsque celle-ci se rétrécit. De plus, l'éclairement de l'écran n'est pas uniforme : autour de la tâche centrale existent des tâches secondaires, moins larges et moins lumineuses.



Des mesures expérimentales relient  $d$  (distance entre la fente et l'écran),  $\ell$  (largeur de la tâche centrale),  $\lambda$  (longueur d'onde) et  $a$  (largeur de la fente) :

$$\ell \approx 2 \frac{\lambda d}{a}$$

Ce qui correspond à une tâche de demi largeur angulaire  $\alpha \approx \frac{\lambda}{a}$ .

Si les lois de propagation rectiligne étaient vérifiées, la tâche serait plus fine dans la direction perpendiculaire à la fente : la tentative de limitation du faisceau  $a$  en fait abouti à un résultat opposé. En revanche, dans la direction de la fente, on n'observe aucun élargissement.

La diffraction est un écart aux lois de propagation de l'optique géométrique, qu'on observe lorsque une onde lumineuse traverse une ouverture de faible dimension  $a$ , ou lorsqu'elle est réfléchiée par un dispositif de faible dimension  $a$  :

- lorsque  $a \gg \lambda_0$ , on peut négliger la diffraction et traiter la propagation dans le cadre de l'optique géométrique ;
- lorsque  $a$  et  $\lambda_0$  sont comparables, la diffraction devient significative et l'ouverture angulaire  $\Delta\theta$  est de l'ordre de grandeur de  $\lambda_0/a$  ;
- enfin, lorsque  $a \ll \lambda_0$ , la diffraction se fait dans toutes les directions et l'obstacle peut être considéré comme une source de lumière *isotrope*.

## \* Théorie scalaire de la lumière :

- La lumière est donc un champ électromagnétique  $(\vec{E}, \vec{B})$  ; certaines expériences montrent que les détecteurs usuels (rétine, pellicule photo, capteurs CCD...) sont sensibles au seul **champ électrique**  $\Rightarrow$  à ce stade, il suffit d'un seul champ vectoriel pour décrire la vibration lumineuse.
  - Dans la plupart des expériences d'interférences et de diffraction que nous allons étudier, les « rayons lumineux » (= tubes élémentaires du vecteur de Poynting) qui vont interférer seront **quasi-parallèles** : en un point M donné, les différents champs électriques (correspondant aux différents rayons) seront donc tous pratiquement contenus dans un même plan perpendiculaire à la direction commune de propagation  $\Rightarrow$  on pourra toujours les **décomposer** sur des **axes communs** (pour 2 ondes de même polarisation rectiligne, l'axe de projection est unique).
  
  - La «vibration lumineuse» sera donc considérée comme une **grandeur scalaire**, la projection sur un axe commun du vecteur champ électrique : cette grandeur sera notée  $\underline{s}(M, t)$ .
- Rq :** pour des ondes non polarisées rectilignement, il suffira de considérer 2 grandeurs scalaires correspondant à 2 axes de projection perpendiculaires entre eux.

Ce point sera détaillé dans le chapitre sur les interférences.

## 2 – Les différents modèles de la lumière

### Le modèle corpusculaire

- Newton avait déjà imaginé un modèle corpusculaire (inspiré de ses idées sur la mécanique) pouvant interpréter approximativement la diffraction (un champ gravitationnel pouvait même modifier la trajectoire de ses particules de lumière pesantes, comme en Relativité Générale !).
- Le modèle plus moderne du photon (Einstein, 1905) s'applique facilement à « l'effet photoélectrique ».

### Le modèle ondulatoire

- Celui-ci interprète facilement les phénomènes de diffraction et d'interférences : la lumière est alors considérée comme une onde électromagnétique de fréquence  $\nu$ .
- Il faut donc accepter une « dualité onde-corpuscule », où l'énergie  $E$  des photons est reliée à la fréquence de l'onde par la relation :  $E = h\nu$  ( $h =$  « constante de Planck »)

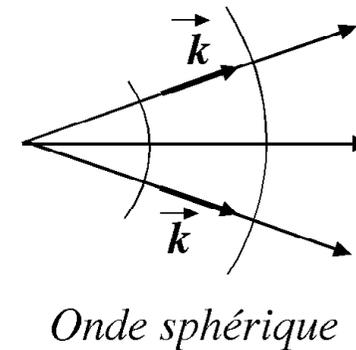
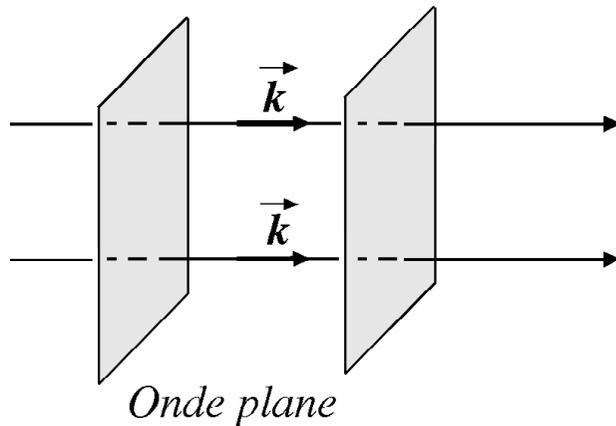
### Quel modèle utiliser ?

- Lorsque les **dimensions des obstacles** (objets, diaphragmes...) que rencontre la lumière sont **grandes** devant sa **longueur d'onde**  $\lambda$ , le modèle géométrique suffit.
- Dans le cas contraire, et à condition de ne pas être dans une situation où une petite quantité de lumière interagit avec la matière (atome, électron...), on optera pour le modèle ondulatoire : c'est l'objet d'étude du présent chapitre.

### 3 – Phase d'une onde lumineuse

Les rayons lumineux de l'optique géométrique sont en tout point tangents à la direction de propagation de l'onde lumineuse.

Les rayons lumineux sont les lignes de champ du vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Ce sont les trajectoires de l'énergie.



#### Principe de retour inverse de la lumière :

« Les lois de la réflexion et de la réfraction sont indépendantes du sens de parcours de la lumière. »

Si on inverse le sens de propagation de la lumière, les rayons lumineux sont inchangés.



Pour une lumière monochromatique : (dans le cadre de la théorie scalaire de la lumière)

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)$$

On définit la période  $T$ , la fréquence  $f$ , la pulsation  $\omega$ , le nombre d'onde  $\sigma = 1/\lambda$  et le vecteur d'onde dont le module est :

$$k = 2\pi\sigma = 2\pi / \lambda .$$

La fréquence d'une onde EM visible détermine sa couleur, encore caractérisée par sa longueur d'onde, à condition de préciser le milieu de propagation.

Le lien entre les variations temporelles et spatiales est donné par la vitesse de propagation et dépend du milieu. Ainsi :

Dans le vide :

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{f} \quad \text{et} \quad k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Dans un milieu matériel, où l'onde se propage à la vitesse  $v = c / n$  : ( $n$  est l'indice du milieu, supposé homogène)

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{\lambda_0}{n} \quad ; \quad k = \frac{\omega}{v} = nk_0$$

***Différence de phase entre deux points situés sur un même rayon lumineux :***

Dans un milieu homogène d'indice  $n$ , un rayon lumineux rectiligne est déterminé par un point  $O$  quelconque et son vecteur unitaire  $\vec{u}$ .

$M$  étant un point quelconque de ce rayon,  $r = \vec{u} \cdot \overrightarrow{OM}$  est la longueur parcourue par la lumière entre  $O$  et  $M$ , comptée positivement dans le sens de propagation.

La phase de l'onde en  $M$  peut s'écrire :

$$\Phi(M, t) = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0 = \omega t - k \cdot r + \varphi_0 = \omega t - nk_0 r + \varphi_0 = \omega t - 2\pi \frac{nr}{\lambda_0} + \varphi_0$$

Ainsi, la différence de phase entre les points O et M est (en fait, la phase relative de l'onde en M par rapport à celle en O) :

$$\Phi_{M/O} = \Phi(M, t) - \Phi(O, t) = -\vec{k} \cdot \overrightarrow{OM} = -\frac{2\pi}{\lambda_0} n r \quad \text{avec} \quad \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \vec{u}$$

On voit ici apparaître l'intérêt de la notion de chemin optique,  $\delta = nr$  et :

$$\Phi_{M/O} = -\frac{2\pi}{\lambda_0} n r = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$$

#### 4 – Notion de chemin optique

- Soit un milieu caractérisé en tout point  $M(x, y, z)$  par un indice  $n(x, y, z)$  ; on définit le **chemin optique** entre 2 points  $A$  et  $B$ , le long d'une courbe  $(C)$  par :

$$L_{AB} = (AB) = \int_{A/(C)}^B n(x, y, z) dl$$

- Le chemin optique est égal à la distance que franchirait la lumière dans le **vide** pendant le **même temps**  $\Delta t$  qu'elle met à parcourir la courbe  $(C)$  dans le **milieu considéré** ; en effet :

$$(AB) = \int_{A/(C)}^B \frac{c}{v(M)} \times dl \quad \text{avec : } dl = v(M)dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{(AB) = \int_{A/(C)}^B c \times dt = c \times \Delta t}$$

- Par ailleurs :  $\boxed{L_{AB} = L_{BA}}$  , et pour un milieu **homogène** :  $\boxed{(AB) = n \times AB}$

Le chemin optique est égal à  $c$  fois le temps mis par la lumière pour aller de  $A$  à  $B$  dans le milieu d'indice  $n$ . Il est donc une « image » du temps mis par la lumière pour aller d'un point à un autre.

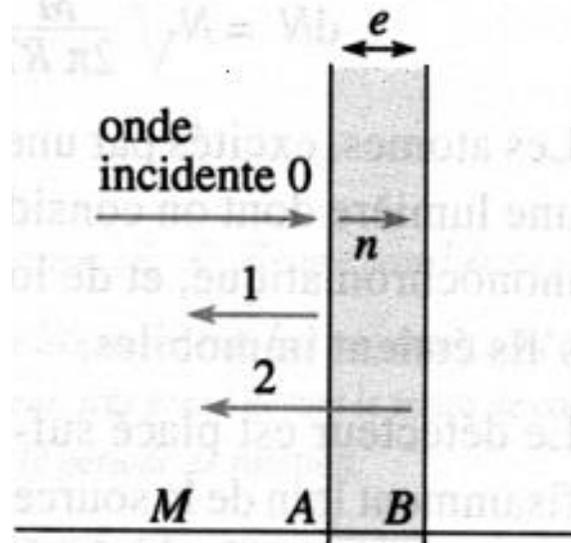
La variation de la phase d'une onde EM, à cause de sa propagation entre deux points  $O$  et  $M$ , se met donc sous la forme :

$$\Phi_{M/O} = \varphi_M - \varphi_O = -\frac{2\pi}{\lambda_0} (OM) = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{OM}$$



### Exercice d'application : couleurs d'une lame savonneuse

Une bulle d'eau savonneuse d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n = 1,3$  est éclairée sous incidence normale. Le coefficient de réflexion est faible et les ondes issues de deux réflexions ou plus ont une intensité négligeable.



- Quel déphasage présente entre elles les deux ondes réfléchies ?
- A quelle condition une lumière de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  est-elle réfléchie avec une intensité maximale ?
- Pourquoi la bulle, éclairée en lumière blanche, prend-elle des reflets colorés lorsqu'elle devient très mince ? Donner un ordre de grandeur de l'épaisseur d'une bulle colorée.



## 5 – Surface d’ondes et stigmatisme

- **Définition** : une surface d’onde  $(\Sigma)$ , relative à une source ponctuelle  $(S)$ , est le lieu des points  $M$  tels que :  $(SM) = cste$

C’est une surface équiphasse ( $\Phi_{M/S} = cste$ ).

En d’autres termes, vu la signification du chemin optique, une surface d’onde est un ensemble de points atteints en même temps par la lumière issue de  $S$ .

Pour une onde monochromatique plane :

$$\underline{s} = \underline{s}_0 \exp\left[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})\right] \quad (\text{avec : } \underline{s}_0 = s_m e^{i\varphi_0})$$

Les surfaces équiphasse sont des plans normaux à la direction de propagation dont le vecteur unitaire  $\vec{u}$  est uniforme et constant.



### Onde émise par une source ponctuelle :

Elle peut s'exprimer sous la forme d'une onde sphérique (les surfaces équiphasées sont des sphères) dont l'amplitude complexe est :

$$\underline{s} = \underline{a}_0 \frac{\exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r\right)\right]}{r} = \underline{a}_0 \frac{\exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} nr\right)\right]}{r}$$

La dépendance en  $1 / r$  se justifie en invoquant la conservation de l'énergie.

A grande distance de la source ( $r \gg \lambda$ ), les variations de la phase sont prépondérantes par rapport aux variations de  $1 / r$  :  $a_0 / r$  est pratiquement constant et on écrira :

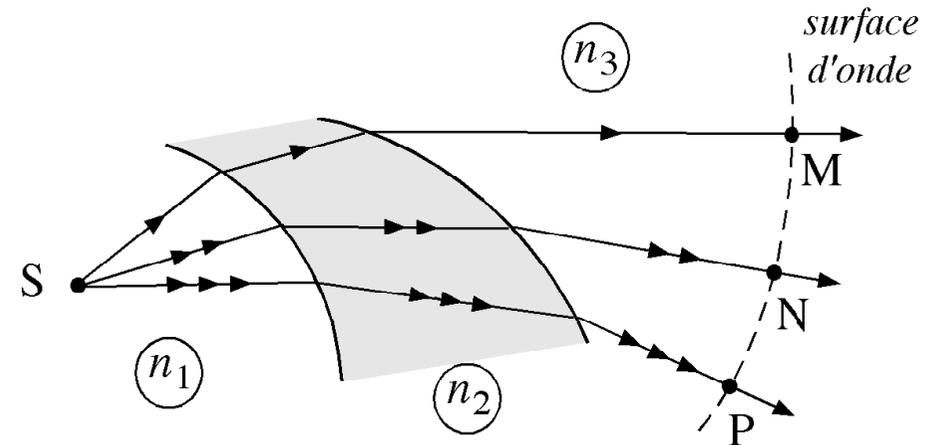
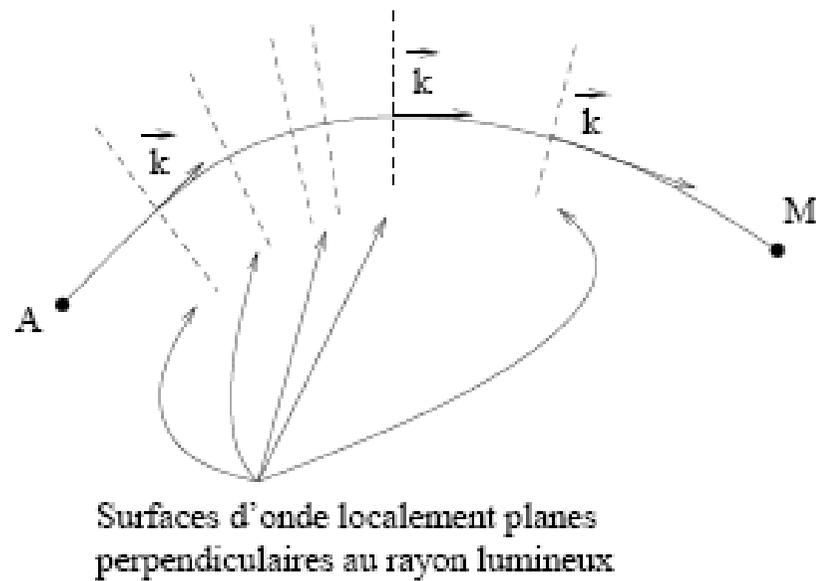
$$\underline{s} = \underline{s}_0 \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r\right)\right]$$

L'onde sphérique est alors assimilable à une onde plane progressive monochromatique.

## 6 – Théorème de Malus

Énoncé :

« Les surfaces d'ondes relatives au point source (S) sont orthogonales aux rayons lumineux issus de (S) ».



Ce théorème sera admis et justifié par quelques exemples.



- **Application :** considérons les cas de figure ci-dessous :

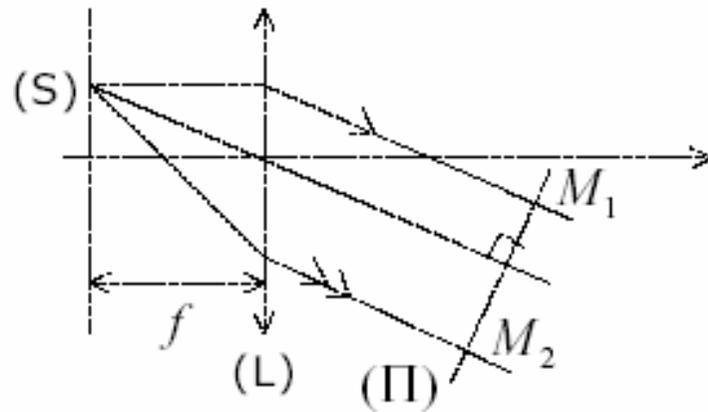


figure (a)

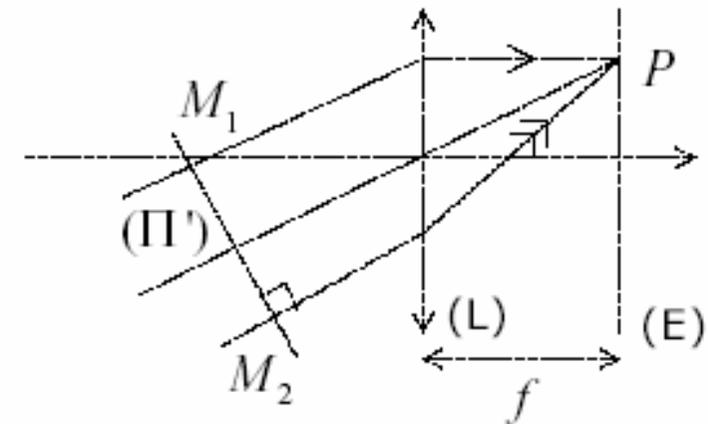


figure (b)

♦ dans le cas (a), la source (S) est placée dans le plan focal objet d'une lentille (L) ; les rayons ressortent parallèles,  $(\Pi)$  est un plan d'onde  $\Rightarrow (SM_1) = (SM_2)$ .

♦ dans le cas (b), des rayons parallèles convergent en un même point  $P$  d'un écran (E) placé dans le plan focal image d'une lentille (L) : **si l'on plaçait** une source ponctuelle en  $P$ , on se retrouverait dans le cas (a), et l'on aurait toujours  $(PM_1) = (PM_2)$  ; le principe du retour inverse de la lumière fait que l'on a effectivement  $(M_1P) = (M_2P)$ .



En revanche, les ondes en  $M_1$  et  $M_2$  ne sont pas forcément en phase, et  $(\Pi')$  n'est plus un plan d'onde : simplement, **toute différence de phase** entre les 2 rayons **acquise avant le plan**  $(\Pi')$  **sera conservée** jusqu'en  $P$  (nous nous servirons souvent de ce résultat).

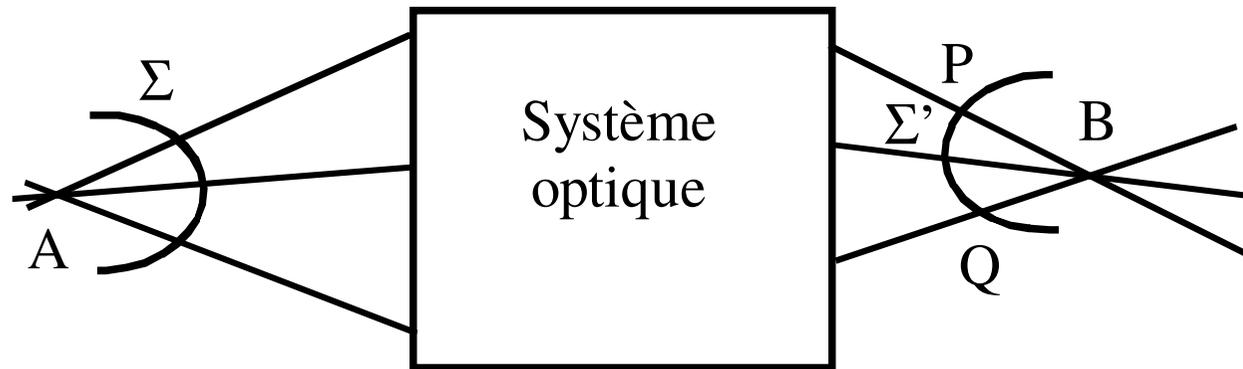
Remarque : on peut évoquer les temps de propagation pour expliquer que le chemin optique est le même entre  $SM_1$  et  $SM_2$ .

### Stigmatisme :

- **Stigmatisme** : 2 points  $A$  et  $B$  seront donc **stigmatiques** vis-à-vis d'un système optique  $(\Sigma)$  si le chemin optique  $(AB)$  est indépendant du rayon ayant traversé le système  $(\Sigma)$  (ceci est une condition nécessaire et suffisante).



Soit un point objet  $A$  et son image  $B$  par un système optique constitué de miroirs et de lentilles. On considère deux rayons lumineux quelconques reliant  $A$  à  $B$  et leur intersection  $P$  et  $Q$  avec une surface d'onde  $\Sigma'$ .



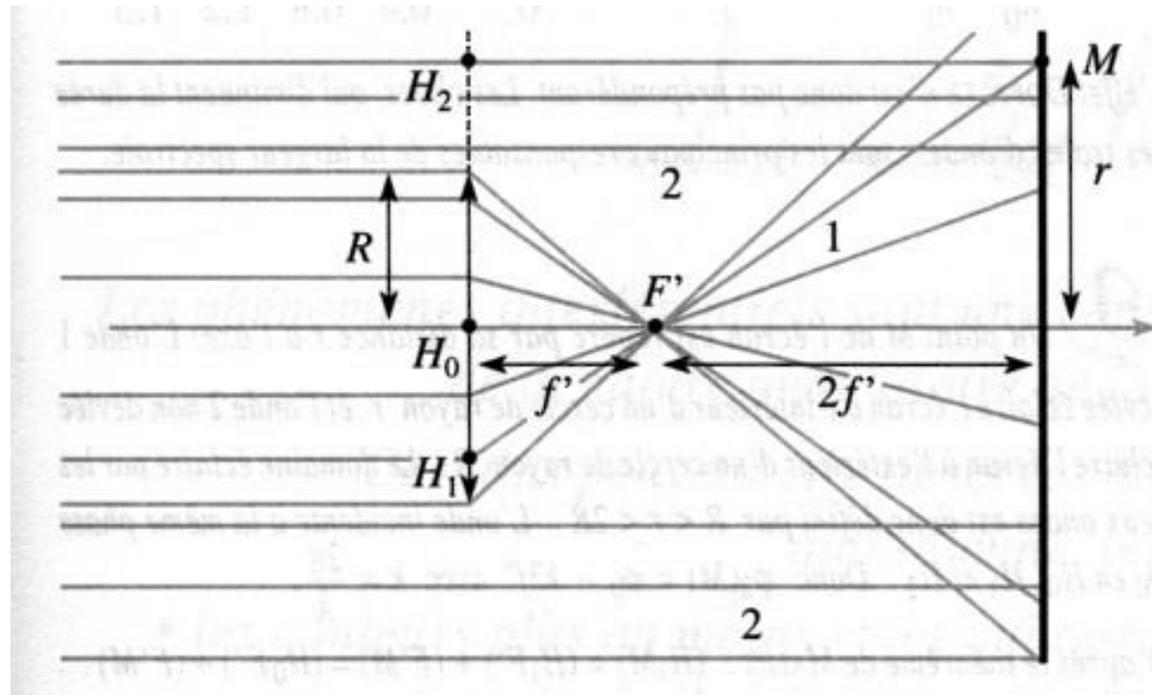
Après calculs,  $(AP) + (PB) = (AQ) + (QB) = (AB)$  : le chemin optique entre deux points conjugués par un système optique stigmatique est indépendant du rayon qui les relie.

On peut également indiquer que le temps de propagation des rayons émis en même temps par le point  $A$  pour aller en  $B$  ne dépend du rayon, puisqu'il y a stigmatisme. Par conséquent, les chemins optiques  $(APB)$  et  $(AQB)$  sont égaux.



### Exercice d'application : (déphasage entre deux ondes cohérentes)

Une onde plane, supposée monochromatique, est interceptée par une lentille mince convergente de rayon  $R$  et de distance focale image  $f'$ . Un écran est placé à une distance  $3f'$  de la lentille.



Déterminer le domaine de l'écran éclairé par les deux ondes et calculer leur déphasage en un point de ce domaine. La lentille est taillée dans un verre d'indice  $n$  et son épaisseur au niveau de l'axe optique est  $e$ .



## 7) Trains d'ondes :

Une onde plane progressive monochromatique, de direction (Oz), est de la forme :

$$\vec{E} = E_{xm} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi \right] \vec{u}_x + E_{ym} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \psi \right] \vec{u}_y$$

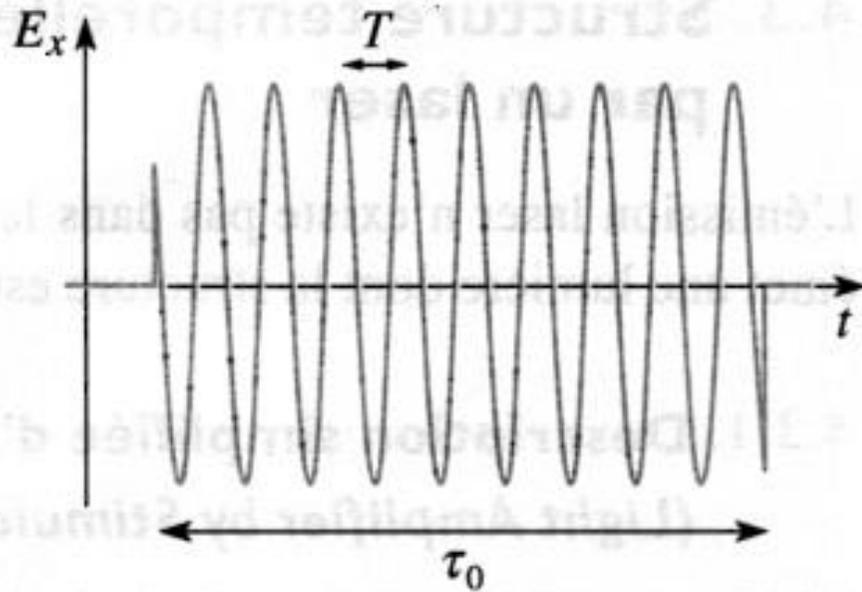
Pour  $t$  compris entre  $-\infty$  et  $+\infty$  et quel que soit  $z$ .

Un atome individuel émet pendant un temps très bref, de l'ordre de  $\tau_0 = 10^{-11} \text{ s}$  (appelé temps de cohérence).

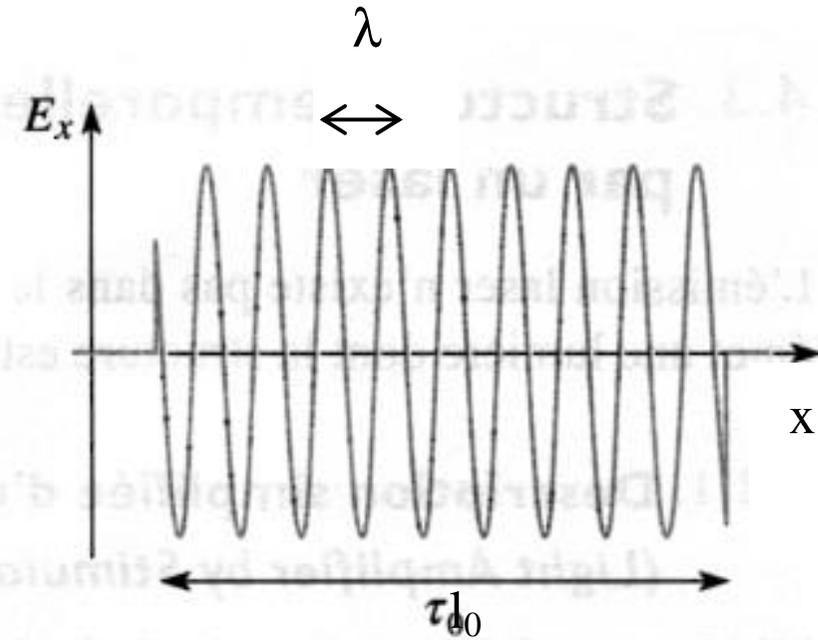
En un point donné, la durée de réception du train d'onde est  $\tau_0$ .

A un instant déterminé, la longueur du train d'onde est  $l_0 = c\tau_0$  (appelée longueur de cohérence temporelle, de l'ordre de quelques mm).

Remarque :  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide. Dans le cas d'un milieu matériel où la vitesse est  $v$ , il faudra écrire  $l_0 = v\tau_0$ .



Train d'ondes :  $E_x(t)$  en un point fixe.



Trains d'ondes :  $E_x(x)$  à un instant donné en fonction de  $x$

L'onde lumineuse reçue par un point M est la somme des trains d'ondes émis par un grand nombre d'atomes. Sa structure dépend de la nature de la source (classique ou laser).

L'onde émise par une source classique (naturelle) est une succession ininterrompue de trains d'ondes de durée voisines de  $\tau_0$  et incohérents, c'est-à-dire sans relation de phase entre eux. La source est dite incohérente.

Une source laser possède un temps de cohérence beaucoup plus grand, de l'ordre de  $\tau_0 = 10^{-7} s$  et une longueur de cohérence correspondante de l'ordre de plusieurs mètres : une telle source est dite cohérente.



## 8) Profil spectral d'un train d'ondes quasi-monochromatique

Au lieu d'une onde sinusoïdale de pulsation  $\omega_0$  limitée dans le temps, on se propose de décrire l'onde émise par un atome comme étant la superposition d'une infinité d'ondes rigoureusement monochromatiques, de pulsations voisines de  $\omega_0$ .

(Oz) étant la direction de propagation, à chaque bande spectrale élémentaire  $d\omega$  est attachée une amplitude complexe : (dans le vide,  $v = c$ )

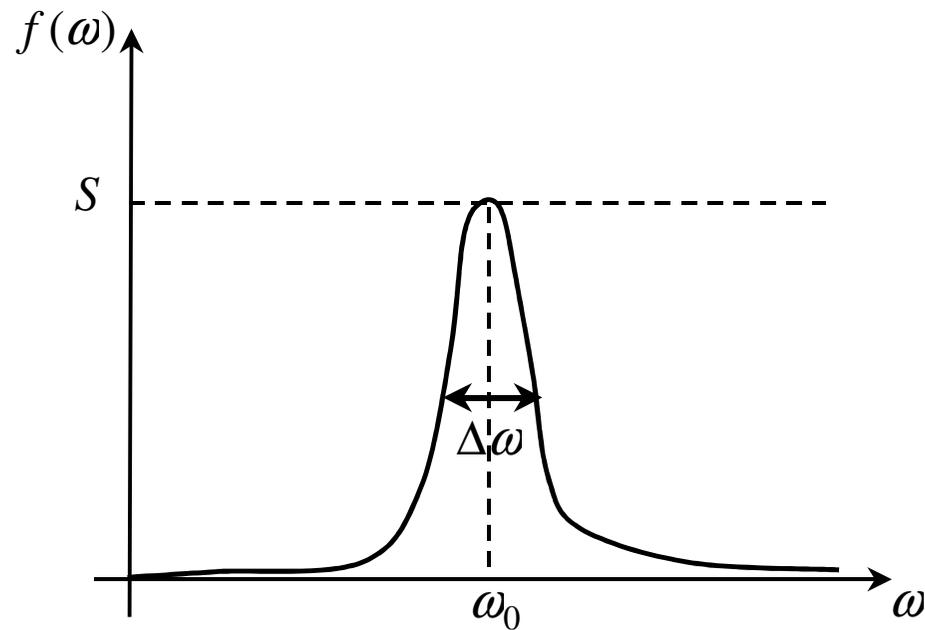
$$d\underline{s}(M, t) = f(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] d\omega$$

L'amplitude complexe totale, résultant de la superposition des bandes spectrales est :

$$\underline{s}(M, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] d\omega$$

$f(\omega)$  est appelé le profil spectral en amplitude de la source et ne possède de valeurs significatives qu'aux alentours de  $\omega_0$ . Par exemple (profil spectral lorentzien) :

$$f(\omega) = \frac{S}{1 + 4 \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega^2}} \quad (\Delta\omega \text{ est la largeur à mi-hauteur})$$



Pour le calcul de  $s(t)$ , on pose  $u = \omega - \omega_0$  et  $v = t - \frac{z}{c}$  :

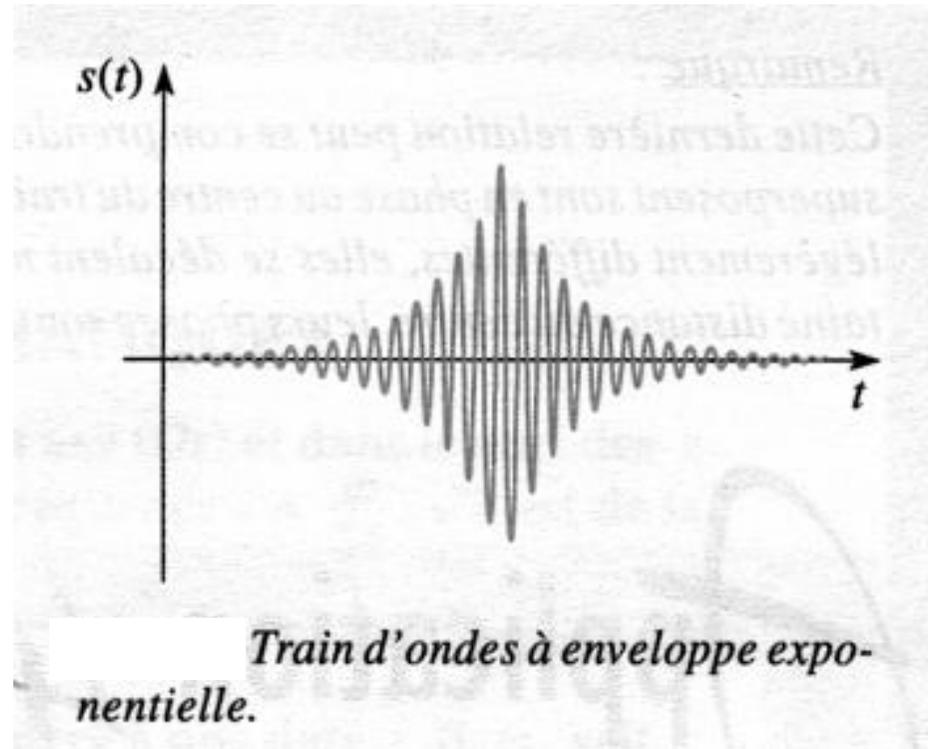
$$\underline{s}(M, t) = S \exp(i\omega_0 v) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(iuv)}{1 + 4 \frac{u^2}{\Delta\omega^2}} du$$

Après calculs :

$$s(M, t) = \frac{2\pi S}{\Delta\omega} \exp\left(-\frac{\Delta\omega \left|t - \frac{z}{c}\right|}{2}\right) \cos\left(\omega_0 \left(t - \frac{z}{c}\right)\right)$$

On obtient l'expression d'une onde sinusoïdale dont l'amplitude  $A$  est modulée par une fonction exponentielle (courbe tracée pour un  $z$  fixé) :





On peut évaluer le temps de cohérence ainsi que la largeur de cohérence : en un  $z$  donné,

l'amplitude a diminué d'un facteur  $e$  au bout de  $\frac{\tau_c}{2} = \frac{2}{\Delta\omega}$ , soit  $\tau_c = \frac{4}{\Delta\omega}$ .

On remarque que :



$$\tau_c \Delta\omega = 4 \quad \text{soit} \quad \tau_c \Delta f = \frac{2}{\pi} \approx 1 \quad (\text{comprendre : de l'ordre de } 1)$$

Un autre profil de raies aurait donné un résultat qualitativement identique :

$$\tau_c \Delta f \approx 1$$

Il s'agit en fait de deux façons équivalentes de décrire un phénomène ondulatoire : la description naturelle, dans l'espace des temps  $s(t)$  et la description dans l'espace des fréquences  $f(\omega)$  sont telles que :

$$\underline{s}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (\text{en } z = 0)$$

et il est possible de montrer que le profil spectral  $f(\omega)$  en amplitude se calcule à partir de  $s(t)$  par :

$$f(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{s}(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (\text{exemple de transformée de Fourier})$$

On peut dire que  $f(\omega)$  et  $s(t)$  contiennent l'une et l'autre toute l'information relative au signal.

