

Dynamique du point matériel en référentiel galiléen (suite)

Table des matières

5	Moment cinétique	1
5.1	Définitions	1
5.2	Théorème du moment cinétique en un point fixe	1
5.3	Théorème du moment cinétique par rapport à un axe fixe	1
5.3.1	Moment d'une force par rapport à un axe	1
5.3.2	Moment cinétique par rapport à un axe	2
5.3.3	Théorème du moment cinétique par rapport à un axe	2

5 Moment cinétique

Soit, dans un référentiel \mathcal{R} , un point matériel M de masse m , de vecteur vitesse \mathbf{v} et \mathbf{F} la résultante des forces appliquées en M.

Soit O un autre point de \mathcal{R} .

5.1 Définitions

La grandeur :

$$\mathbf{L}_O = \mathbf{OM} \wedge m\mathbf{v}$$

est appelée **moment cinétique en O** du point M.

La grandeur :

$$\mathcal{M}_O = \mathbf{OM} \wedge \mathbf{F}$$

est appelée **moment en O** de la résultante des forces \mathbf{F} appliquée au point M.

5.2 Théorème du moment cinétique en un point fixe

Soit O un point **fixe** d'un référentiel **galiléen** \mathcal{R} :

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \frac{d\mathbf{OM}}{dt} \wedge m\mathbf{v} + \mathbf{OM} \wedge m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{0} + \mathbf{OM} \wedge m\mathbf{a}$$

la 2^e loi de Newton donne :

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \mathbf{OM} \wedge \mathbf{F}$$

d'où le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \mathcal{M}_O$$

Dans un référentiel galiléen, la dérivée du moment cinétique en un point fixe O par rapport au temps est égale au moment en O de la résultante des forces qui s'appliquent au point M.

5.3 Théorème du moment cinétique par rapport à un axe fixe

Soit Δ un axe passant par O, de vecteur directeur \mathbf{u} .

5.3.1 Moment d'une force par rapport à un axe

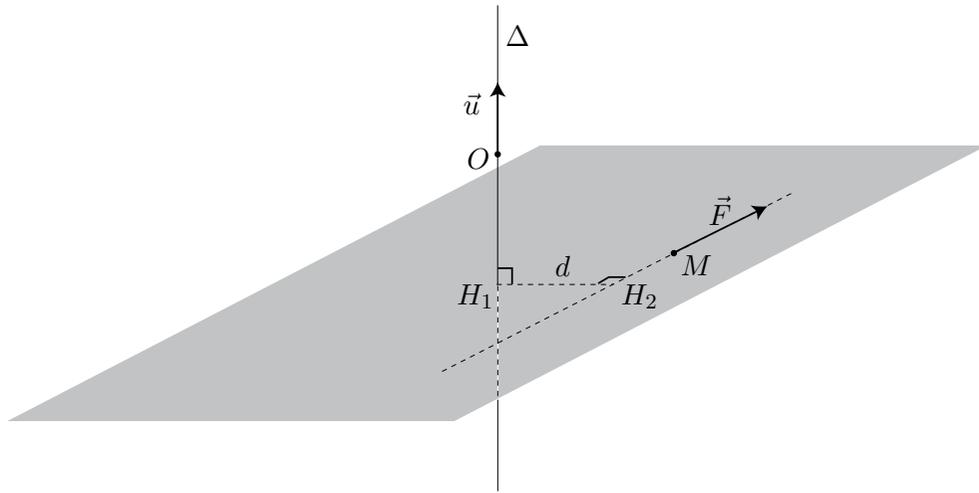
La grandeur :

$$\mathcal{M}_\Delta = \mathcal{M}_O \cdot \mathbf{u}$$

est appelée moment par rapport à Δ de la résultante des forces \mathbf{F} appliquée au point M.

Si \mathbf{F} est parallèle à Δ alors $\mathcal{M}_\Delta = (\mathbf{OM} \wedge \mathbf{F}) \cdot \mathbf{u} = 0$

Si \mathbf{F} est perpendiculaire à Δ alors $\mathcal{M}_\Delta = [(\mathbf{OH}_1 + \mathbf{H}_1\mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_2\mathbf{M}) \wedge \mathbf{F}] \cdot \mathbf{u} = (\mathbf{H}_1\mathbf{H}_2 \wedge \mathbf{F}) \cdot \mathbf{u} = \pm H_1 H_2 \cdot F = \pm Fd$



5.3.2 Moment cinétique par rapport à un axe

La grandeur :

$$L_{\Delta} = \mathbf{L}_O \cdot \mathbf{u}$$

est appelée moment cinétique par rapport à Δ du point M.

5.3.3 Théorème du moment cinétique par rapport à un axe

Soit Δ un axe **fixe** passant par O, de vecteur directeur \mathbf{u} . En projetant le théorème du moment cinétique suivant \mathbf{u} :

$$\frac{dL_{\Delta}}{dt} = \mathcal{M}_{\Delta}$$

Dans un référentiel galiléen, la dérivée du moment cinétique par rapport à Δ par rapport au temps est égale au moment par rapport à Δ de la résultante des forces qui s'appliquent au point M.