# Bilans macroscopiques

**Sujet 1 : Pompe**
Déterminer la puissance $P_o$ d'une pompe permettant le franchissement d'un dénivellé H pour un fluide incompressible parfait. Les conditions du fluide à l'aspiration sont $P_1$ et $S_1$ et sont $P_2$ et $S_2$ au refoulement. Le fluide a une masse volumique $\mu$. On note $D_m$ le débit massique de la pompe.

**Aide** : montrer que $P_o = D_m(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}) + D_m g(z_2 - z_1) + P_2 S_2 v_2 - P_1 S_1 v_1$.

**Sujet 2 : Embout de lance à incendie**
Un embout de lance à incendie est relié au tuyau principal par un système à pas de vis. Les sections d'entrée et de sortie de l'embout sont S et s, la pression extérieure $P_o$. Le débit volumique sortant est constant et vaut D. Le fluide est parfait, incompressible et de masse volumique $\mu$ .
Exprimer la force $F\overrightarrow{e_x}$ exercée par le pas de vis sur l'embout en fonction de $\mu$ , D, S et s.

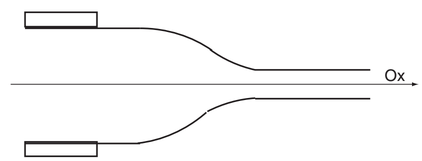

FIGURE 1 – Lance à incendie

**Résultat** : $F = -\frac{\mu}{2} D^2 S (\frac{1}{s} - \frac{1}{S})^2$.

**Sujet 3 : Chariot de minerai**
Un chariot, de vitesse initiale nulle et de masse initiale $m_0$, est mis en mouvement par une force horizontale constante $\overrightarrow{F}$ (absence de frottements entre le chariot et le sol). On verse du sable dans le chariot (débit massique D) et ce sable arrive avec une vitesse horizontale et constante $\overrightarrow{V}$ par rapport au référentiel du sol.
1/ Déterminer la vitesse $v(t)$ et l'accélération du chariot en appliquant le théorème de la résultante cinétique au "bon" système.
2/ Calculer la dérivée de l'énergie cinétique du chariot et de son contenu par rapport au temps ensuite effectuer un bilan énergétique à l'aide du théorème de l'énergie cinétique appliqué au "bon" système..

**Résultats** : $\frac{d(m\overrightarrow{v})}{dt} = \overrightarrow{F} + D\overrightarrow{V}$ d'où $v(t) = \frac{(F+Dv)t)}{m_o+Dt}$. $P_{int} = -\frac{D}{2}(v-V)^2$.

**Sujet 4 : Ventilateur ou soufflerie**
Une soufflerie est schématisée selon la figure ci-dessous. L'air sera supposé parfait et incompressible ($\mu = 1,3\ kg.m^{-3}$). La pesanteur sera négligée. Le diamètre de sortie de la soufflerie a pour valeur $d' = 0,15\ m$, l'air y possède une vitesse $v' = 20\ ms^{-1}$. Au niveau de l'hélice, le diamètre est $d = 0,28\ m$. Ne pas utiliser les formules du cours car l'air aspiré est au repos et on ne connait pas la section de la veine fluide en amont de l'hélice, s'adapter à l'exercice.
1/ Déterminer en fonction de $\mu$ et $v'$ la différence de pression existant de part et d'autre de l'hélice. A.N.
2/ Calculer la puissance utile fournie par la soufflerie par un théorème énergétique, A.N. Exprimer la puissance utile en fonction du module de la force exercée par l'hélice sur le fluide. En déduire ce module, A.N.

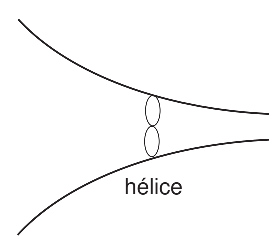

FIGURE 2 – Soufflerie

**Résultat** : $P_2 - P_1 = \frac{\mu}{2} v'^2 = 260\ Pa$, $P_{utile} = \mu \frac{v'^3}{8} \pi d'^2 = 92\ W$ et $F = 16\ N$.

**Sujet 5 : Lévitation d'une plaque à l'aide d'un jet d'eau**
Soit une plaque circulaire de section S et d'axe Oz (axe vertical ascendant), de masse m. Elle est maintenue en équilibre grâce à l'action d'un jet d'eau vertical de vitesse $\overrightarrow{v_e} = v_e\ \overrightarrow{u_z}$ et de débit

volumique D ( on donne D et la section s du jet loin de la plaque). Le jet sortant a la symétrie de révolution autour de l'axe Oz, c'est un jet libre et son épaisseur est donnée e.
Calculer l'action de l'eau sur la plaque. En déduire la condition d'équilibre de la plaque.

**Conseil** : il faut remarquer que le débit sortant de quantité de mouvement est nul. Résultat : $\overrightarrow{F} = (P_o S + \mu \frac{D^2}{s})\overrightarrow{u_z}$ et $mg = \mu \frac{D^2}{s}$.

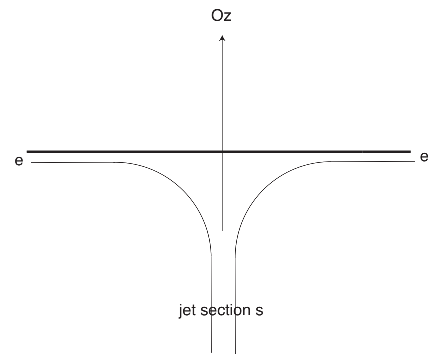


FIGURE 3 – Lévitation d'une plaque

**Sujet 6 : Tuyau avec arrivée d'eau**
Un tuyau Tu peut tourner librement autour de son axe horizontal $\Delta$ (Ox). Il alimente en eau un tuyau Tu' en forme de T soudé au premier tuyau. L'extrémité de l'une des branches de Tu' est bouchée, l'eau s'écoulant par l'autre branche.
Déterminer la valeur de l'angle $\alpha$ (que fait OB avec Oz) à l'équilibre de l'ensemble, en fonction des données. m est la masse de Tu' ($200g$), s est sa section (uniforme). $\mu$ la masse volumique de l'eau et son débit massique est $D_m$. a, b et c sont supposés connus. $OG = c$, $AB = BA' = b$ et $OB = a$.

Appliquer le théorème du moment cinétique. **Résultat** : $(m + \mu s(a + 2b))cg \sin\alpha = D_m^2 a/\mu s$.

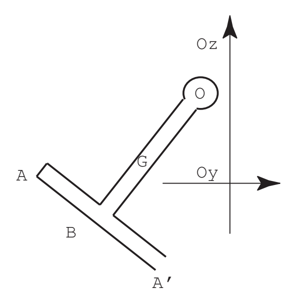


FIGURE 4 – Tuyau

**Sujet 7 : Chariot avec aube**

Soit un chariot surmonté d'une aube en forme de demi cylindre. Un jet fluide (incompressible) est dévié par le cylindre (on néglige les frottements et les effets de la pesanteur sur le jet). Le fluide arrive sur l'aube avec une vitesse $V\ \overrightarrow{u_x}$ par rapport au sol, il arrive tangentiellement à l'aube et épouse la forme de l'aube pour repartir tangentiellement.
Le chariot a une vitesse $u\,\overrightarrow{u_x}$ constante ($u < V$). Le jet incident présente une section notée s. Déterminer la puissance P reçue par le chariot ainsi que son rendement (en régime permanent mais attention au référentiel à choisir). On calculera d'abord la force totale exercée sur l'aube.

**Résultat** : $\overrightarrow{F} = 2D_m(V-u)\overrightarrow{u_x}$ et $\eta = 4\frac{u}{V}(1-\frac{u}{V})^2$.

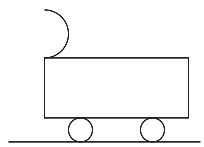

Figure 5 – Chariot avec aube

**Sujet 8 : Auget**

Un jet arrive, à la vitesse $\overrightarrow{v}$, suivant l'axe horizontal $Ox$ d'un auget à symétrie de révolution de rayon moyen R. L'écoulement est supposé permanent et incompressible, on note la masse volumique $\mu$ . L'eau ressort à la périphérie avec une vitesse $\overrightarrow{v'}$. On suppose $R >> \ell$. Déterminer la force résultante $\overrightarrow{F}$ subie par l'auget de la part des fluides. Les jets sont libres à l'entrée et à la sortie.

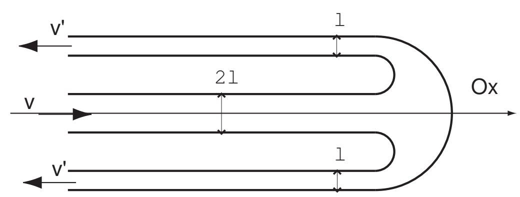


Figure 6 – Auget

**Sujet 9 : Jet d'eau sur un disque en translation**

Un jet d'eau (vitesse $\overrightarrow{v}_1 = v_1\overrightarrow{u}_x$) est envoyé sur un disque (dans sa zone centrale) qui peut bouger à la vitesse $\overrightarrow{u} = u\overrightarrow{u}_x$. Soient $S_1$ et $S_2$ les sections du jet libre à l'entrée et à la sortie, R le rayon du disque et u supposée constante. On se place dans un référentiel qui se déplace à la vitesse $\overrightarrow{u}$ par rapport au référentiel du laboratoire galiléen. Pourquoi ?
1/ On suppose que la vitesse de l'eau en sortie ($\overrightarrow{v}_2$) possède une composante radiale dans le référentiel du laboratoire. Exprimer cette composante et calculer $\overrightarrow{v}_2$.
2/ Calculer la force $\overrightarrow{F}$ qu'exerce l'eau sur le disque.
3/ Calculer, dans le référentiel du laboratoire, la puissance cinétique du jet d'eau. Calculer la puissance de la force $\overrightarrow{F}$. Définir un rendement.

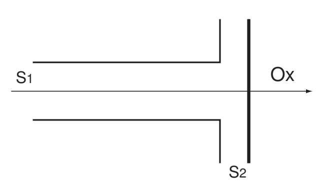


Figure 7 – Jet d'eau sur un disque en translation

**Résultat** : $S_2v_{2r} = S_1(v_1-u)$ et $\overrightarrow{F} = (P_o\pi R^2 + D_m(v_1-u))\overrightarrow{u}_x$.

**Sujet 10 : Jet d'eau sur une plaque mobile autour d'un axe**

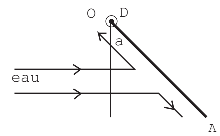


FIGURE 8 – Jet d'eau sur plaque mobile autour d'un axe

Une plaque $OA$ pouvant tourner autour d'un axe $\Delta$ horizontal reçoit un jet d'eau de vitesse $v_o$ et de débit massique donné $D_m$ en son milieu. On suppose que l'eau est incompressible. La plaque est de longueur $OA = L$ et de masse M. On néglige le poids de l'eau et les actions de la pesanteur sur le jet en général.
A $t = 0$, la plaque reçoit le jet d'eau. Calculer l'angle $\alpha_e$ d'équilibre de la plaque. Hors équilibre, calculer la période des petites oscillations de la plaque (moment d'inertie J par rapport à l'axe $\Delta$).

**Résultat** : Appliquer le théorème du moment cinétique. $\tan\alpha_e = \frac{D_m v_o}{Mg}$ et $\omega^2 = \frac{MgL}{2J}$.

**Sujet 11 : Mélange de fluide avec des vitesses différentes**

On étudie l'écoulement permanent d'un fluide incompressible à travers un cylindre de section S. Ce cylindre est muni d'une plaque séparant la section du cylindre en deux parties égales $S/2$. Au-delà de la section $S_o$, la séparation n'existe plus. A l'entrée du cylindre, la pression est $P_o$ et les vitesse du fluide sont $v_1$ et $v_2 = v_1/2$ et loin de la plaque (dans la section S), la vitesse du fluide est $v_3$. Calculer $v_3$ et la pression $P_3$ correspondante. Existe-t-il une déperdition d'énergie ? Commenter.

**Résultat** : $v_3 = 3v_1/4$, $P_3 = P_o + \mu v_1^2/16$ et $\frac{-3\mu S v_1^3}{128}$.

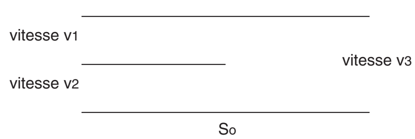


FIGURE 9 – Mélange de fluide avec des vitesses différentes