

## plan du cours d'électrostatique

# CONDENSATEURS

## ÉNERGIE POTENTIELLE ÉLECTROSTATIQUE

### I) CONDUCTEUR EN ÉQUILIBRE ÉLECTROSTATIQUE :

#### 1) Conducteur en équilibre électrostatique :

définition: un conducteur est en équilibre électrostatique si, et seulement s'il n'est pas le siège d'un mouvement d'ensemble des porteurs de charges ( ou : charges libres )

#### 2) Propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique :

théorème : à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique :

- 1) le champ électrostatique est nul en tout point :  $E(M) = 0, \forall M$
- 2) le potentiel électrostatique est uniforme :  $V(M) = \text{constante}/M$
- 3) la densité volumique totale de charge ( charges libres et charges fixes )  $\rho$  est nulle en tout point :  $\rho(M) = 0, \forall M$

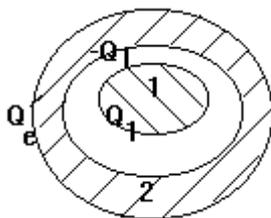
conséquence : un conducteur en équilibre électrostatique ne peut être chargé (éventuellement) qu'en surface

### II) DÉFINITION D'UN CONDENSATEUR ; NOTION DE CAPACITÉ :

#### 1) Condensateur :

définition : on appelle condensateur un ensemble de deux conducteurs dont l'un est creux et entoure complètement l'autre

#### 2) Capacité d'un condensateur:

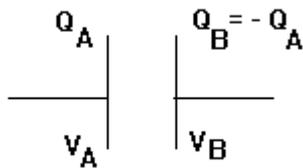


si  $Q_1$  est la charge totale de l'armature 1 (interne), si  $V_1$  et  $V_2$  sont les potentiels des armatures 1 et 2 respectivement, on montre que l'on a :

$$Q_1 = C.(V_1 - V_2)$$

définition:  $C$  est la capacité du condensateur ( $C > 0$ )

schématiquement :



$$Q_A = C.(V_A - V_B)$$

$$Q_B = -Q_A = C.(V_B - V_A)$$

### III) EXEMPLES DE CALCULS DE CAPACITÉS :

#### 1) Méthode générale :

On calcule, en fonction de la charge d'une armature, par exemple  $Q_1$ , ( souvent à l'aide du théorème de Gauss ) le champ électrostatique  $E$  entre les armatures ; par intégration, on en déduit  $V_1 - V_2$  en fonction de  $Q_1$  et on identifie alors cette équation avec:  $Q_1 = C.(V_1 - V_2)$ , ce qui permet de déduire  $C$

#### 2) Condensateur sphérique :

théorème: la capacité d'un condensateur sphérique de rayons  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_2 > R_1$ ) est :

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$$

#### 3) Condensateur cylindrique :

théorème: la capacité d'un condensateur cylindrique de hauteur  $h$  et de rayons  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_2 > R_1$ ) est :

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{h}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

#### 4) Condensateur plan :

théorème: la capacité d'un condensateur plan de surface  $S$  et d'épaisseur  $e$  est :  $C = \epsilon_0 \frac{S}{e}$

### IV) CONDENSATEURS A DIÉLECTRIQUE :

introduire un diélectrique entre les armatures d'un condensateur revient à multiplier la capacité du condensateur par la permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r$  du diélectrique: comme  $\epsilon_r$  est toujours supérieur à 1, cela augmente la capacité du condensateur

définitions :

- on appelle rigidité diélectrique la valeur maximale du module du champ électrique qui peut exister à l'intérieur d'un diélectrique sans que celui-ci soit modifié ou détruit par le passage d'un courant électrique
- on appelle tension de claquage d'un condensateur la valeur maximale de la tension que l'on peut imposer entre les armatures d'un condensateur à diélectrique sans qu'il se produise une décharge ( c'est-à-dire un courant électrique ) entre les deux armatures

## **V) GROUPEMENT DE CONDENSATEURS :**

### 1) Groupement en série :

théorème : le groupement en série de n condensateurs de capacités  $C_i$  (  $i = 1, \dots, n$  ) est équivalent à un condensateur unique de capacité C :

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad \text{ou:} \quad C = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}$$

### 2) Groupement en parallèle :

théorème: le groupement en parallèle de n condensateurs de capacités  $C_i$  (  $i = 1, \dots, n$  ) est équivalent à un condensateur unique de capacité C :

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

## **VI) ÉNERGIE POTENTIELLE ÉLECTROSTATIQUE :**

### 1) Définition fondamentale :

définition : l'énergie potentielle d'un système, est le travail minimal (c'est-à-dire sans apport d'énergie cinétique) que l'extérieur doit fournir pour constituer le système, lorsque ce travail est défini, c'est-à-dire lorsque sa valeur est indépendante de la manière dont on constitue le système

### 2) Énergie potentielle électrostatique d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique :

théorème : l'énergie potentielle électrostatique d'une charge q placée dans un champ électrostatique dérivant du potentiel électrostatique V est :  $W = q.V$  (cette énergie ne prend pas en compte l'énergie nécessaire à l'installation du champ électrostatique)

### 3) Énergie potentielle électrostatique d'un dipôle électrique placé dans un champ électrostatique :

définition : l'énergie électrostatique d'un dipôle électrostatique placé dans un champ électrostatique (ou : énergie mutuelle champ-dipôle) est le travail minimal qu'il faut fournir au dipôle pour l'amener depuis l'infini jusqu'au point considéré (cette énergie ne prend en compte ni l'énergie nécessaire à la constitution du dipôle, ni celle nécessaire à l'installation du champ électrostatique)

théorème : l'énergie électrostatique d'un dipôle électrostatique de moment dipolaire  $p$  placé dans un champ électrostatique  $E$  existe et vaut :  $W = -p \cdot E$

théorème : les actions mécaniques s'exerçant sur un dipôle électrique de moment dipolaire  $p$  placé en un point  $M$  où règne un champ électrostatique sont :

la force :  $F = -\text{grad}(W) = -\text{grad}(-p \cdot E) = +\text{grad}(+p \cdot E)$

le moment en  $M$  :  $\Gamma(M) = \frac{\partial W}{\partial \alpha} u_x + \frac{\partial W}{\partial \beta} u_y + \frac{\partial W}{\partial \gamma} u_z$

#### 4) Energie potentielle électrostatique d'un ensemble de charges ponctuelles seules dans l'espace :

théorème : l'énergie potentielle électrostatique d'un ensemble de  $n$  charges ponctuelles  $q_i$  seules dans l'espace est :  $W = \frac{1}{2} \sum q_i V_i$ , où  $V_i$  est le potentiel électrostatique ( créé par toutes les charges  $q_j$  autres que  $q_i$  ) au point  $A_i$  où se trouve la charge  $q_i$

#### 5) Energie potentielle électrostatique d'une distribution quelconque de charge :

##### a) Cas d'une distribution volumique de charge :

théorème : l'énergie d'une distribution volumique de charge définie par la densité volumique de charge  $\rho$  à l'intérieur d'un volume( $V$ ) est :

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \rho V d\tau$$

##### b) Cas d'une distribution surfacique de charge :

théorème : l'énergie d'une distribution surfacique de charge définie par la densité surfacique de charge  $\sigma$  sur une surface ( $S$ ) est :

$$W = \frac{1}{2} \iint_S \sigma V dS$$

##### c) Cas d'une distribution linéique de charge :

théorème : l'énergie d'une distribution linéique de charge définie par la densité linéique de charge  $\lambda$  sur une courbe ( $C$ ) est :

$$W = \frac{1}{2} \int_C \lambda V dl$$

#### 4) Énergie potentielle électrostatique d'un condensateur :

étude de la charge réversible d'un condensateur :

théorème : l'énergie électrostatique d'un condensateur de capacité  $C$ , dont les armatures sont aux potentiels  $V_1$  et  $V_2$  respectivement et portent respectivement les charges  $Q_1$  et  $(-Q_1)$ , est

$$W = \frac{1}{2} Q_1 \cdot (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} C \cdot (V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C}$$

#### 5) Délocalisation de l'énergie potentielle électrostatique :

théorème: l'énergie électrostatique d'une distribution de charge définie à l'intérieur d'un volume ( $V$ ) fini de l'espace peut s'écrire sous la forme :

$$W = \iiint_{\text{espace}} \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 d\tau$$

interprétation : l'énergie d'une distribution de charge définie à l'intérieur d'un volume fini ( $V$ ) de l'espace peut être considérée comme répartie **dans tout l'espace** avec une densité volumique d'énergie électrostatique:

$$w_{\text{els}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad \text{où } E \text{ est le champ électrostatique au point considéré}$$