Réponses et Indications (Nombres Réels)

Exercice 1

1) $S_1 = \left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$. Faire une partition de $\mathbb{R}$ en trois intervalles sur lesquels l'équation s'exprime sans valeur absolue.
2) $S_2 =]-\infty,1] \cup \left[\dfrac{11}{2},+\infty\right[$. Se rappeler que : $a \leq \sqrt{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ ou $a^2 \leq b$.

Exercice 2

1) $X^2 - 2X - 24 = 0$. En divisant (E) par x^2, on fait apparaître des puissances de X.
2) Les racines sont 6 et (-4).

   Donc $S = \{3-2\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, -2-\sqrt{3}, -2+\sqrt{3}\}$ car $(E) \Leftrightarrow x + \dfrac{1}{x} = 6$ ou $x + \dfrac{1}{x} = -4$.

Exercice 3

1) Le discriminant est strictement positif car $\Delta = 12^2 + 4 \times 5 \times 7$.
2) $y = \dfrac{12}{7}$ et $z = \dfrac{214}{25}$. Utiliser la somme $x_1 + x_2 = -\dfrac{12}{5}$ et le produit $x_1 x_2 = -\dfrac{7}{5}$.

Exercice 4

1) En isolant x, on est amené à diviser par $(m-1)$.

$m<1$	$m=1$	$m>1$
$S = \left]\dfrac{2m+1}{m-1},+\infty\right[$	$S=\mathbb{R}$	$S = \left]-\infty,\dfrac{2m+1}{m-1}\right[$

2) Séparer les cas suivant le degré de l'équation, puis dans le cas du second degré, étudier le discriminant.

$m=6$	$m<-\dfrac{21}{4}$	$m=-\dfrac{21}{4}$	$m>-\dfrac{21}{4}$ et $m \neq 6$
$S=\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$	$S=\varnothing$	$S=\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$	$S=\left\{\dfrac{-(2m+3)-\sqrt{5(4m+21)}}{2(m-6)},\dfrac{-(2m+3)+\sqrt{5(4m+21)}}{2(m-6)}\right\}$

Exercice 5

1) $S_1 = [n^2,(n+1)^2[$.
2) $S_2 = [n^2, n^2+1[$.
3) $S = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} [n^2, n^2+1[$ car $x \in S \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N} \quad n = \mathrm{Ent}(\sqrt{x}) = \sqrt{\mathrm{Ent}(x)}$.

Exercice 6

Inf $(A) = -1$ (plus petit élément) et Sup $(A) = 1$. Etudier les variations de $x \mapsto \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$.

Exercice 7

Faire très attention aux conditions d'utilisation des propriétés demandées pour calculer les sommes.

$$S_1 = \frac{3^{n-1} n}{2^n} \qquad S_2 = 2^p \binom{n}{p} \qquad S_3 = \binom{n+1}{p+1}$$